

WILLARD VAN ORMAN QUINE

DESDE  
UN PUNTO DE VISTA  
LOGICO

Traducción de Manuel Sacristán

EDICIONES ARIEL  
BARCELONA

Título original:  
**FROM A LOGICAL POINT OF VIEW**

© by the President and Fellows of Harvard College

© de la traducción castellana para España y América

Ediciones Ariel, S. A. - Barcelona

Printed in Spain

Núm. registro: B. 68. - 1962

Depósito legal: B. 2535. - 1962

## ÍNDICE

	<u>Pá g .</u>
PRESENTACIÓN DE LA VERSIÓN CASTELLANA . . . . .	9
PRÓLOGO . . . . .	19
I. Acerca de lo que hay . . . . .	25
II. Dos dogmas del empirismo . . . . .	49
III. El problema de la significación en lingüística . . . . .	83
IV. Identidad, ostensión e hipóstasis . . . . .	105
V. Nueva fundamentación de la lógica matemática . . . . .	125
VI. La lógica y la reificación de los universales. . . . .	135
VII. Notas acerca de la teoría de la referencia . . . . .	189
VIII. Referencia y modalidad . . . . .	201
IX. Significación e inferencia existencial . . . . .	229
ORIGEN DE ESTOS ENSAYOS . . . . .	239
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS . . . . .	243
ÍNDICE DE MATERIAS . . . . .	251

**PRESENTACIÓN DE LA  
VERSIÓN CASTELLANA**

.

.

A pesar de que, en comparación con la *longa ars* que es la lógica moderna, los cincuenta y cuatro años de Willard van Orman Quine son tiempo breve, éste le ha bastado para caracterizarse como un maestro de la mejor especie, de los que son a la vez clásicos para lo esencialmente técnico de su ciencia y ágiles provocadores del pensamiento para los problemas de fundamentación filosófica de la misma, problemas menos claramente asibles, pero de interés más radical. Quine es, en efecto, un clásico para el estudio de las técnicas de la llamada "inferencia natural" (*natürliches Schliessen, natural deduction*), iniciadas ya antes por Jáskowski y Gentzen, pero normadas y elaboradas por él en la forma hoy clásica de ese algoritmo. Los dos libros de Quine ya traducidos al castellano — *El sentido de la nueva lógica*<sup>1</sup> y *Los métodos de la lógica*<sup>2</sup> — son sobre todo representativos de ese aspecto técnico de su trabajo, aunque no carezcan ni uno ni otro de interesantes penetraciones filosóficas. El libro que ahora presentamos a los lectores de lengua castellana es en cambio el más representativo de la segunda faceta del hacer de Quine: su inquisitivo explorar filosófico por las regiones fundamentales de la lógica.

Vale la pena recordar que en la actual situación de los estudios lógicos ya el hecho de que un gran especialista dé

1. WILLARD QUINE, *El sentido de la nueva lógica*, traducción de Mario Bunge, Buenos Aires, Editorial Nueva Visión, 1958.

2. WILLARD VAN ORMAN QUINE, *Los métodos de la lógica*, traducción castellana de M. Sacristán Luzón, Barcelona, Ed. Ariel, 1962.

de sí textos filosóficos relevantes sirve sin más para empezar su caracterización. Pues el innegable carácter de ciencia positiva que hoy tiene la lógica y el predominio de autores neopositivistas en su cultivo han determinado en la vieja disciplina de Aristóteles un *horror philosophiae* bastante incoherente con la importancia filosófica de su problemática fundamental<sup>3</sup>. El *Tractatus logico-philosophicus* de Wittgenstein y *Metaphysik als strenge Wissenschaft* de Scholz son acaso los dos únicos libros de peso que hayan producido lógicos modernos en materia de filosofía, reflexionando filosóficamente sobre su ciencia, con anterioridad a la ya dilatada campaña lógico-filosófica de Quine, cuya sustancia se recoge en este volumen. Y como será fácil que el lector suponga y disculpe en el traductor alguna especial simpatía por el autor traducido, nos permitiremos escribir aquí que la enseñanza lógico-filosófica contenida en este volumen de Quine no es inferior a la ofrecida por las dos obras antes citadas.

Les es además superior en esto: el *Tractatus* de Wittgenstein — no en su aspecto lógico-técnico, pero sí en el lógico-filosófico — no es en el fondo más que un fallido intento de argüir la imposibilidad de la reflexión filosófica sobre la lógica. Es — como Wittgenstein sabía muy bien — un libro escrito para reducir al absurdo su propio tema, para destruir su propio título. Y los apasionantes póstumos de Wittgenstein, pese a su radical ruptura con los modos de expresión del *Tractatus*, siguen coincidiendo en este punto con

3. Quine tiene en mucho aprecio a uno de los representantes más destacados — pero también, hoy, de los más flexibles — del *horror philosophiae* neopositivista: Carnap. La formación inicial de Quine como lógico, con Whitehead, entre 1930 y 1932, ya con su título en matemáticas, no era en cambio de esa tendencia. En 1933, Quine visitó en Europa los grandes centros de la lógica: Viena, Praga y Varsovia. Y la influencia de la escuela polaca está frecuentemente en la base de la formación filosófica de los lógicos no positivistas. En todo caso, y como podrá apreciar el lector de este libro, Quine se encuentra muy lejos de los dogmas esenciales del neopositivismo, a la crítica de dos de los cuales está dedicado precisamente el segundo ensayo del volumen.

la vieja obra. En cuanto a la reflexión filosófica de Scholz sobre la lógica, por más que libre de ese rudo *parti pris* positivista que consiste en decretar que todos los nudos son gordianos, acababa por disiparse en el enrarecido cielo de las metáforas platonizantes leibnizianas, en un discurso sobre la lógica como metafísica de "todos los mundos posibles" que resultaba, en verdad, de poca ayuda para lo que es cuestión real: la aclaración y fundamentación filosófica de la lógica en *este* mundo.

Precisamente porque ésa es la cuestión planteada por la lógica, el problema filosófico primero suscitado por esta disciplina es, como enseña su historia desde Aristóteles, el del "otro mundo" aparente que ella, la ciencia de lo sumo abstracto, parece suponer: el mundo de los universales. Quine ha visto y ha enunciado en la problemática de la moderna lógica de clases la vieja y básica dificultad de los universales, ha tenido el filosófico valor de la perogrullada, necesario para reconducir esa disputa desde su forma moderna a su forma antigua y viceversa, y ha conseguido, sobre todo, aclararla decisivamente con su *teoría pronominal*, uno de los temas capitales de este libro.

La que llamamos teoría pronominal de Quine, tiene sus raíces en la distinción de Frege entre significación (*Bedeutung*) y sentido (*Sinn*) y en la teoría de la descripción de Russell. Es posible una formulación no técnica de la tesis pronominal básica de Quine que facilite la lectura de la exposición técnica del autor: la existencia de un objeto no está garantizada sin más por el hecho de que exista un sustantivo que parezca nombre del supuesto objeto. Así lo había creído Platón, después de la crisis de la primera teoría de las ideas en el *Parménides*, para llegar, desde el *Sofista* en adelante, a la misteriosa asunción de un cierto ser del no-ser, sin más base que la existencia de la noción y el nombre "no-ser". Quine, elaborando la distinción de Frege y obteniendo consecuencias de ella, sostiene que un sustantivo puede *significar* algo aun sin *nombrar* nada. Un pronombre, en cambio,

más que significar algo, *refiere* directamente a algún objeto. Por tanto, lo que sí es, lo que sí existe es aquello a lo cual puede referir un pronombre, y precisamente tal como a ello refiere el pronombre.

Aun no pretendiendo aquí con esa exposición pre-técnica, sino facilitar al lector no familiarizado con la lógica moderna el acceso al texto de Quine, hay que detallar un poco más la anterior explicación si no se quiere que la simplificación llegue a ser una caricatura. Desde el punto de vista lógico-filosófico, lo que importa precisar no es *qué es lo que existe* — ésta es, naturalmente, una cuestión para las ciencias fácticas —, sino *qué es aquello cuya existencia nos comprometemos a admitir al usar un determinado lenguaje*. La respuesta a esta cuestión del “compromiso ontológico” es la que hemos visto: nos comprometemos a admitir el ser de aquello a lo que consideramos denotable por nuestros pronombres, relata de nuestros pronombres.

La tesis de Quine tiene como consecuencia que la postulación de entidades abstractas, una ontología con entidades abstractas, no es necesaria en la lógica formal elemental o “pura”, la de enunciados y cuantificación, sino sólo en capítulos como la teoría real de clases, directamente orientados a la fundamentación de la matemática y, en este sentido, doctrinas de lógica “aplicada”.

Puede parecer tesis paradójica ésa de que la lógica formal pura, la teoría del abstracto por excelencia, no postule una ontología de entidades abstractas. Pero no hay en realidad en la tesis tal detonante novedad respecto del pensamiento lógico-filosófico clásico, ni siquiera, en el fondo, respecto del de Aristóteles (al menos no respecto del del Aristóteles más “teofrástico” o tardío). Lo que sí hay en la tesis pronominal es una extraordinaria clarificación del problema, aclaración tan valiosa que ella basta para situar a Quine entre las personas a las que más debe la lógica moderna. La cuestión de si el discurso lógico-formal presupone o no la existencia de entes abstractos queda en efecto plan-

teada así: naturalmente que el medio en que se mueve el discurso formal es la abstracción de más alto nivel. Sus términos son todos sumamente abstractos ('sumamente' en sentido propio, no como adverbio retórico). Pero las entidades cuya existencia se postula implícitamente en el abstracto discurso formal son sólo aquellas que resultan necesarias de sus elementos pronominales. Y en lógica elemental o "pura" los elementos pronominales (variables ligables) del discurso no refieren a universales, sino a individuos del mundo. Sólo en teoría real de clases, cuando las variables ligables (los elementos pronominales) refieren a clases, el discurso está postulando una ontología que admite la existencia de abstractos como entes separados, por usar la gráfica expresión aristotélica.

Este era el punto más importante que interesaba adelantar en forma pre-técnica, filosófica tradicional, en esta presentación de la edición castellana de *Desde un punto de vista lógico*. Pero el justificar, también en términos pre-técnicos, la importante tesis de Quine nos va a llevar forzosamente a una breve reflexión sobre el concepto de variable y su discusión por el autor. La afirmación de Quine según la cual el "compromiso ontológico" de la lógica formal pura o elemental no se extiende a los entes abstractos, presupone naturalmente que en lógica pura no se ligan (cuantifican) más que variables para individuos, lo que quiere decir que sólo éstas son verdaderas variables. Ocurre empero que, en las expresiones de la lógica de predicados de primer grado y en la de enunciados, se presentan signos (predicativos y de enunciados, respectivamente) que se ha hecho común llamar "variables". Y estos signos no se refieren a individuos, sino a atributos o clases (los predicativos) y a enunciados, proposiciones o "juicios" (los de enunciados). ¿No es entonces arbitrario decretar que esos signos no pueden ligarse, cuantificarse? Lukasiewicz había propuesto incluso una cuantificación de la lógica de enunciados en la que figuraban expresiones con "variables" cuantificadas que re-

ferían a enunciados o “juicios”, como, por ejemplo: ‘para toda proposición  $p$  y para toda proposición  $q$ , si  $p$  implica  $q$ , entonces  $no-q$  implica  $no-p$ ’. Aquí  $p$  y  $q$ , que refieren a abstractos (a “juicios”), están cuantificadas, ligadas, usadas, por tanto pronominalmente, como verdaderas variables. Si ese uso es *necesario* (y no sólo lícito), entonces ya la lógica de enunciados está comprometida en una ontología que postula la existencia de entidades abstractas (los “juicios”).

Quine responde a esa preocupación del modo siguiente: en lógica de enunciados y en lógica de predicados de primer grado, esos signos no son en realidad variables, pues se manejan como valores *fijos*. Más precisamente: no es *necesario* considerarlos de otro modo que como valores fijos, pues con esa consideración basta para obtener todos los teoremas de esas dos teorías completas, los teoremas de toda la lógica elemental. No basta con que un signo de un lenguaje sea indeterminado para que sea una variable. Indeterminados son también, por ejemplo, en expresiones de las ciencias naturales, signos que no son variables, sino parámetros, o sea, representantes de entidades que, aunque indeterminadas al leer la expresión correspondiente según su valor de ley general, son en realidad fijos, constantes, en cuanto que la expresión se hace verdadero enunciado concreto. A esos signos de la lógica elemental o pura que tienen el aspecto de variables pero que en realidad se comportan como parámetros, da Quine el nombre de “letras esquemáticas”. No son verdaderas variables, “huecos” para todos los valores que se encuentran en un determinado campo de objetos, sino que son, por así decirlo, núcleos fijos de la estructura de la expresión. Con esto dice también Quine su clara palabra en el largo y fecundo discurso de aclaración del concepto de variable, iniciado por Frege al corregir el vago uso de esa noción y de la de función en la tradición matemática procedente de Euler.

Uno de los problemas filosóficos más importantes que plantea la lógica es el de la naturaleza misma de lo lógico.

Y tal vez no haya punto en el cual el pensamiento de Quine se aleje más creadoramente del dogma vienés de la tautología. La filosofía neopositivista de la ciencia había definido el sentido de las expresiones por su verificabilidad empírico-sensible. Como las expresiones de una teoría formal no son, obviamente, verificables de ese modo, fue necesario al positivismo moderno arbitrar para ellas otro criterio de sentido, a menos de declararlas lisa y llanamente sinsentidos. La solución neopositivista reproduce de un modo u otro la tesis del *Tractatus* de Wittgenstein: las expresiones formales tienen significación, a pesar de no ser verificables, porque son tautologías, sustraídas a cualquier relevancia y afectabilidad empíricas.

La filosofía de la ciencia de Quine, que parte de la crítica del criterio de verificabilidad que se encontrará en el segundo ensayo de este volumen, puede resumirse en la llamativa metáfora que llama a la ciencia "un campo de fuerzas cuyas condiciones-límite da la experiencia". La metáfora es otras veces más geométrica: el saber sería como un rectángulo que no está en contacto con la experiencia, sino a lo largo de su perímetro. Lo esencial es que la ciencia, el saber, cubra bien su línea de contacto con la experiencia. La organización interior del rectángulo no tiene más ley imperativa a que obedecer que la de posibilitar aquel contacto según todos los elementos disponibles. Las parcelas del saber que se encuentran más lejos del perímetro estarán menos expuestas que las periféricas a que las reorganicemos y corriamos al ampliarse el rectángulo, en caso de que en la línea de contacto se produzcan conflictos. (Y los teoremas de la lógica formal estarían, según la metáfora, alejadísimos de la periferia.) Pero esto no quiere decir que la ciencia se niegue en redondo a considerar intocables los elementos "centrales". Cuando ello se impone, se corrigen también éstos. Y con este último comentario a su metáfora, Quine quiere indicar que, no viendo para los teoremas de la lógica más origen posible que el mismo filtrado a través del perímetro

por el que han surgido los teoremas de las demás ciencias, tampoco ve por qué la teoría lógico-formal haya de considerarse libre para siempre del impacto empírico, por ser "tautológica" o "evidente". "La unidad de significación empírica es el todo de la ciencia", incluyendo en ese todo el saber acerca del hombre, y en el todo del saber está incluida la lógica, en el todo del saber humano, no en el lugar supracelste de los universales platónicos, ni en el limbo infraterreno de la huera significatividad por tautología.

Aunque sin mucha formulación explícita, hay así en Quine algo no muy frecuente entre los lógicos contemporáneos: una noción de lo lógico mismo a la altura de la teoría del objeto lógico elaborada por la tradición, sin duda con mucha menos claridad, precisión técnica y libertad filosófica que las aplicadas por los lógicos de hoy, pero con bastante más sensibilidad para la problemática filosófica de su ciencia.<sup>4</sup> El presente volumen de Quine mostrará al lector de lengua castellana que esa sensibilidad filosófica no se ha perdido tampoco del todo entre los grandes especialistas contemporáneos y que, con los instrumentos de que hoy dispone, la investigación filosófica de lo lógico puede conseguir resultados bastante más conclusivos y precisos que la admirable especulación lógico-filosófica de la tradición aristotélica.

*Barcelona, febrero de 1962*

M. SACRISTÁN LUZÓN

4. Dewey se ha referido muy exactamente a la situación de confusión filosófica en lógica, provocada en última instancia por el tenaz deseo de muchos especialistas de cerrarse positivísticamente a la problemática que tradicionalmente se llamó "proemial" en lógica, la problemática relativa a la naturaleza de lo lógico mismo: "La teoría lógica contemporánea nos ofrece una manifiesta paradoja. Hay un acuerdo general por lo que se refiere a su objeto inmediato (Dewey quiere decir: a los algoritmos técnicamente considerados). Con respecto a este objeto, en ninguna otra época observaremos una marcha más segura. Pero, por otra parte, su objeto último es tema de controversias que apenas si tienen viso de acallarse" (*Lógica. Teoría de la investigación*, traducción de E. Imaz, México, Fondo de Cultura Económica, 1950, p. 13).

## PRÓLOGO

Varios de estos ensayos han sido completamente impresos en publicaciones periódicas; otros son nuevos en mayor o menor grado. Dos temas principales los vertebran. El uno es el problema de la significación o sentido, y especialmente tal como viene implicado por la noción de enunciado analítico. El otro es la noción de compromiso ontológico, y especialmente tal como queda implicada por el problema de los universales.

Algunos de esos trabajos previamente publicados y que parecían exigir su inclusión en este volumen presentaban dos tipos de problemas. Por un lado, su temática coincidía y se repetía parcialmente, como es natural que ocurra en trabajos escritos para ahorrar a los lectores el uso excesivo de las bibliotecas. Por otro lado, contenían partes que en mi propio desarrollo he llegado a reconocer como defectuosamente formuladas o como erróneas. El resultado era que algunos ensayos parecían ofrecer garantía suficiente para ser reproducidos íntegramente y bajo sus títulos originales, mientras que otros requerían cortes, selección, mezcla y complemento con nuevos materiales y nueva articulación según principios también nuevos de unificación y agrupación que acarrearían la necesidad de establecer nuevos títulos. En las últimas páginas de este volumen se encontrarán indicaciones acerca de lo que no es nuevo en estos textos. (Véase Origen de estos ensayos.)

En el curso del libro, el par de temas indicados más arriba se estudia con la creciente ayuda de procedimientos técnicos de la lógica. Hay, pues, un punto, mediado el libro,

*en el que esos temas tienen que interrumpirse con objeto de ofrecer cierta elemental preparación técnica lógica. El artículo Nueva fundamentación se reproduce aquí por ese motivo tanto cuanto por su propio alcance, pues es artículo que parece haber quedado definitivamente incluido en los repertorios bibliográficos sobre el tema y separatas del cual siguen pidiéndose. Su reproducción aquí da ocasión a algunas observaciones suplementarias que se refieren a datos posteriores y que ponen en relación el sistema de aquel ensayo con otras concepciones de la teoría de conjuntos. No obstante, este excursu por la lógica pura se mantiene resueltamente dentro de estrechos límites.*

*Como se expone en las últimas páginas, el contenido de este volumen es en gran parte reimpresión o adaptación de textos impresos en la Review of Metaphysics, la Philosophical Review, el Journal of Philosophy, el American Mathematical Monthly, el Journal of Symbolic Logic, los Proceedings of the American Academy of Arts and Sciences y los Philosophical Studies. Agradezco a los editores de esas siete revistas y a la imprenta de la Universidad de Minnesota su amable autorización para este ulterior aprovechamiento del material.*

*Agradezco, por otra parte, a los profesores Rudolf Carnap y Donald Davidson sus valiosas críticas a anteriores versiones de Nueva fundamentación y de Dos dogmas, respectivamente, y al profesor Paul Bernays su observación acerca del error contenido en la primera versión de Nueva fundamentación. La crítica de la analiticidad a la que está en gran parte dedicado el ensayo Dos dogmas es resultado de discusiones ocasionales, de palabra y por escrito, que he sostenido a partir de 1939 con los profesores Carnap, Alonzo Church, Nelson Goodman, Alfred Tarsky y Morton White; sin duda les debo estímulo para la redacción de este ensayo, y probablemente también algo del contenido. A Goodman, especialmente, le debo una crítica de dos artículos de los que procede en parte el ensayo La lógica y la reificación de los universales;*

*y a White una discusión que ha influido en la forma actual de ese ensayo.*

*Agradezco a Mrs. Martin Juhn su valioso trabajo mecanográfico, y a los administradores de la Harvard Foundation su subsidio de investigación. Debo a los señores Donald P. Quimby y S. Marshall Cohen una eficaz ayuda en la elaboración de los índices y en la revisión de las pruebas.*

W. V. QUINE

*Cambridge, Massachusetts.*

# I

## ACERCA DE LO QUE HAY

Un rasgo curioso del problema ontológico es su simplicidad. Puede formularse en dos monosílabos castellanos: '¿Qué hay?' Puede además responderse a él con una sola palabra: 'Todo', y todo el mundo admitirá que la respuesta es verdadera. <sup>1</sup> No obstante, esa respuesta se limita a decir que hay lo que hay. Queda margen para discrepancias en casos concretos; por eso ha quedado estancada la cuestión a través de los siglos.

Supongamos ahora que dos filósofos, McX y yo, discrepamos en nuestra ontología. Supongamos que McX sostiene que hay algo que yo niego que haya. McX, muy coherentemente con su punto de vista, describe nuestra discrepancia diciendo que yo me niego a reconocer ciertas entidades. Yo protestaré, por supuesto, diciendo que su formulación de nuestra discrepancia es incorrecta, porque lo que yo sostengo es que no hay entidades del tipo que él aduce y que yo deba reconocer; pero el que yo considere incorrecta su formulación de nuestra discrepancia es irrelevante, pues necesariamente tengo que considerar incorrecta su ontología en cualquier caso.

Pero si, por otra parte, soy *yo* el que intento formular nuestra diferencia de opinión, parece que me encuentre en una aporía. No puedo admitir que hay cosas que McX sos-

---

\* Texto original: "It can be put in three Anglo-Saxon monosyllables: «What is there?» It can be answered, moreover, in a word — «Everything» — and everyone..." etc. (*N. del T.*)

tiene y yo no, pues al admitir que hay tales cosas entraría en contradicción con mi recusación de las mismas.

Si ese razonamiento fuera consistente, resultaría que en toda discusión ontológica el que sostiene la parte negativa tiene que cargar con el inconveniente de no poder admitir que su contrincante discrepa de él.

Tal es el viejo rompecabezas platónico del no ser. El no ser tiene que ser de alguna manera, pues, de otro modo, ¿qué es lo que no es? Esta enredosa doctrina puede ser apodada *la barba de Platón*; la tal barba ha probado históricamente su vigor, mellando más de una vez el filo de la navaja de Occam.

Una línea de pensamiento como ésa es la que mueve a filósofos como McX a postular ser en casos que, de otro modo, podrían permitirles quedarse satisfechos reconociendo que no hay nada. Tomemos, por ejemplo, el caso Pegaso. Si no *hubiera* tal Pegaso, arguye McX, no estaríamos hablando de nada cuando usamos la palabra; por tanto, sería un sinsentido incluso decir: 'Pegaso no es'. Y pensando que eso muestra que la negación de Pegaso no puede ser mantenida coherentemente, McX concluye que Pegaso es.

Pero McX no puede convencerse a sí mismo plenamente de que alguna región del espacio-tiempo, próxima o remota, contenga un caballo alado de carne y hueso. Si pues se le urgen ulteriores detalles sobre Pegaso, dice que Pegaso es una idea presente en la mente de los hombres. Aquí, empero, empieza a manifestarse una confusión. Por amor del argumento podemos conceder que hay una entidad, y hasta una entidad única (aunque esto ya resulta muy poco plausible), que es la mental idea-Pegaso; pero esta entidad mental no es precisamente aquello de lo que uno habla cuando niega a Pegaso.

McX no confunde nunca el Partenón con la idea-Partenón. El Partenón es físico, la idea-Partenón es mental (dicho sea en pleno acuerdo con la versión de las ideas por McX; no tengo mejor versión que ofrecer). El Partenón es visible;

la idea-Partenón es invisible. No podemos imaginar fácilmente dos cosas más heterogéneas y menos susceptibles de confusión que el Partenón y la idea-Partenón. Pero en cuanto pasamos del Partenón a Pegaso se instaura la confusión, por la sencilla razón de que McX se dejaría engañar por el más grosero y palmario simulacro antes de admitir el no ser de Pegaso.

La noción de que Pegaso tiene que ser, porque de otro modo sería un sinsentido incluso decir que Pegaso no es, ha llevado a McX, como se ha visto, a una confusión elemental. Mentes más sutiles, aun tomando el mismo precepto como punto de partida, salen adelante con teorías de Pegaso que son menos patentemente erróneas que la de McX y otro tanto más difíciles de desarraigar. Una de esas mentes es, pongamos, el señor Y Griega. Pegaso, sostiene Y Griega, tiene el ser de un posible no actualizado. Cuando decimos que no hay tal cosa Pegaso, decimos más precisamente que Pegaso no tiene el especial atributo de la actualidad. Decir que Pegaso no es actual es lógicamente paralelo a decir que el Partenón no es rojo; en ambos casos decimos algo acerca de una entidad cuyo ser no se discute.

El señor Y Griega es naturalmente uno de esos filósofos que se han confabulado en la empresa de arruinar la buena y vieja palabra 'existir'. A pesar de su adhesión a los posibles no actualizados, Y Griega limita la palabra 'existencia' a la actualidad, a lo en acto, preservando así una ilusión de acuerdo ontológico entre él y los que repudiamos el resto de su hipertrofiado universo. Todos somos propensos a decir, en nuestro uso de sentido común de 'existir', que Pegaso no existe, entendiendo por ello simplemente que no hay tal entidad. Si Pegaso hubiera existido, estaría en el espacio-tiempo, pero simplemente por el hecho de que la palabra 'Pegaso' tiene connotaciones espacio-temporales, y no porque las tenga la palabra 'existir'. Si no hay referencia espacio-temporal cuando afirmamos la existencia de la raíz cúbica de 27, ello se debe simplemente a que una raíz cúbica

no es un tipo espacial de cosa, y no a que seamos ambiguos en nuestro uso de 'existe'.<sup>1</sup> No obstante, el señor Y Griega, en un esfuerzo mal concebido por hacerse agradable, nos concede cordialmente la inexistencia de Pegaso para insistir luego en que Pegaso *es*, contrariamente a lo que entendemos por inexistencia. Una cosa es existencia, nos dice, y otra subsistencia. La única manera que conozco de hacer frente a esta confusión de problemas consiste en *regalar* al señor Y Griega la palabra 'existir'. Intentaré no volver a usarla: seguimos contando con 'es' y con 'hay'. Baste esto sobre materia lexicográfica y volvamos ahora a la ontología de Y Griega.

El superpoblado universo del señor Y Griega es desagradable desde varios puntos de vista. Ofende la sensibilidad estética de quienes sabemos gustar de paisajes desérticos; pero ése no es su peor defecto. El suburbio de los posibles del señor Y Griega es un caldo de cultivo de elementos subversivos. Fijémonos, por ejemplo, en el hombre gordo posible que está en aquel umbral y en el posible flaco situado en aquel otro. ¿Son el mismo hombre posible o son dos hombres posibles? ¿Cómo podríamos decidir esta cuestión? ¿Cuántos hombres posibles hay en aquel umbral? ¿Hay más hombres posibles delgados que gordos? ¿Cuántos de ellos son iguales? ¿O acaso al ser iguales se convierten en uno solo? ¿No pueden ser iguales *dos* cosas posibles? ¿Equivale eso a decir que es imposible que dos cosas sean idénticas? Por último, ¿es el concepto de identidad simplemente inaplica-

---

1. La tendencia a distinguir terminológicamente entre existencia en tanto que aplicada a objetos actualizados en algún punto del espacio-tiempo y existencia (o subsistencia, o ser) en cuanto aplicada a otras entidades se debe acaso parcialmente a la idea de que la observación de la naturaleza no es relevante más que para cuestiones de existencia del primer tipo. Pero esta idea es fácil de refutar mediante contraejemplos tales como "la razón del número de centauros al número de unicornios". Si existiera una tal razón, sería una entidad abstracta, esto es, un número. Sin embargo, sólo mediante el estudio de la naturaleza podemos concluir que el número de centauros y el de unicornios son ambos 0, y que, por tanto, no hay tal razón.

ble a los posibles no actualizados? Pero ¿qué sentido puede tener hablar de entidades de las que no pueda decirse significativamente que son idénticas consigo mismas y distintas las unas de las otras? Esos elementos son prácticamente incorregibles. Se podría hacer algún esfuerzo para rehabilitarlos mediante la terapéutica fregiana de los conceptos individuales;<sup>2</sup> pero me parece que es mejor arrasar el suburbio de Y Griega y seguir adelante.

La posibilidad, igual que las demás modalidades — necesidad, imposibilidad, contingencia —, suscita problemas; no deseo aconsejar que nos volvamos de espaldas a ellos. Pero, por lo menos, podemos limitar las modalidades a enunciados completos. Podemos aplicar el adverbio 'posiblemente' a un enunciado en su conjunto, y podremos sin duda tener nuestras preocupaciones a propósito del análisis semántico de ese uso del adverbio; pero poco progreso real podemos esperar para ese análisis por el procedimiento de ampliar nuestro universo hasta incluir las llamadas *entidades posibles*. Me temo que el principal motivo de esa expansión del universo sea simplemente la vieja noción de que Pegaso, por ejemplo, tiene que ser, pues de otro modo resultaría un sinsentido decir que no es.

Pero toda la exuberante plétora del universo de posibles del señor Y Griega parece reducirse a una nada con sólo proceder a una ligera modificación del ejemplo, pasando a hablar no de Pegaso, sino de la redonda cúpula cuadrada que remata Berkeley College. Si, a menos que Pegaso sea, es un sinsentido decir que no es, por la misma razón, si no hay tal redonda cúpula cuadrada en Berkeley College, será un sinsentido decir que no la hay. Pero, a diferencia de Pegaso, la redonda cúpula cuadrada de Berkeley College no puede admitirse ni siquiera como *posible* sin actualizar. ¿Podemos obligar ahora al señor Y Griega a admitir también un reino de imposibles inactualizables? Si lo admitiera, podría plan-

---

2. Cfr. *infra*, p. 219.

tearse una dilatada serie de turbadoras preguntas a propósito de ese reino. Podemos, por ejemplo, esperar que el señor Y Griega caiga en contradicción haciéndole admitir que algunas de esas entidades son simultáneamente redondas y cuadradas. Pero el astuto señor Y Griega se decide por el otro cuerno del dilema: concede que es un sinsentido decir que no hay tal redonda cúpula cuadrada en Berkeley College. Dice que la frase 'redonda cúpula cuadrada' carece de significación.

El señor Y Griega no ha sido el primero en adherirse a esa alternativa. La doctrina de la asignificatividad de las contradicciones se remonta a tiempos muy antiguos. Y su tradición sobrevive, además, en autores que no parecen compartir ninguna motivación con el señor Y Griega. Pero me asombraría que la primera tentación de abrazar esa doctrina hubiera podido ser sustancialmente diversa de la motivación que hemos observado en el señor Y Griega. La doctrina no tiene, en efecto, ningún atractivo intrínseco, y ha llevado a sus devotos a tan quijotescos extremos como es la recusación del método de demostración por *reductio ad absurdum* —recusación en la que yo veo una *reductio ad absurdum* de la doctrina misma.

Además, la doctrina de la asignificatividad de las contradicciones tiene el grave inconveniente metodológico de que hace por principio imposible el establecimiento de cualquier prueba efectiva para decidir sobre qué tiene sentido y qué no lo tiene. Con esa doctrina nos sería definitivamente imposible arbitrar procedimientos sistemáticos para decidir si una sucesión de signos hace sentido o no lo hace —incluso individualmente para nosotros, por no hablar ya de los demás. Pues de un descubrimiento lógico matemático debido a Church [2] se sigue que no puede haber una prueba de contradictoriedad que sea de aplicación universal.

He hablado despectivamente de la barba de Platón, sugiriendo con malevolencia que es muy enmarañada. He considerado con detalle los inconvenientes que presenta para

moverse ágilmente. Ha llegado el momento de tomar medidas oportunas.

En su teoría de las llamadas descripciones singulares, Russell muestra claramente cómo podemos usar nombres aparentes sin necesidad de suponer las entidades supuestamente nombradas por ellos. Los nombres a los que se aplica directamente la teoría de Russell son nombres descriptivos complejos como, por ejemplo, 'el autor de *Waverley*', 'el actual rey de Francia', 'la redonda cúpula cuadrada de Berkeley College'. Russell analiza sistemáticamente esas frases como fragmentos de los enunciados completos en los que aparecen. El enunciado 'el autor de *Waverley* fue un poeta' se explica como un todo con la significación 'Alguien (mejor: algo) escribió *Waverley* y fue un poeta, y ninguna otra cosa escribió *Waverley*'. (La importancia de esta última cláusula, la que sigue a 'y', estriba en que afirma la unicidad implícita en el artículo 'el' en la frase 'el autor de *Waverley*'.) El enunciado 'la redonda cúpula cuadrada de Berkeley College es roja' se explica como 'Algo es redondo y cuadrado y cúpula de Berkeley College y es rojo, y ninguna otra cosa es redonda y cuadrada y cúpula de Berkeley College'.<sup>3</sup>

La virtud de ese análisis es que el nombre aparente, que es una frase descriptiva, queda parafraseado *en el contexto* como un símbolo de los llamados incompletos. Como análisis de la frase descriptiva no se ofrece ninguna expresión unificada, pero el completo enunciado que era contexto de la frase conserva toda su cuota de significación — es verdadero o falso.

El enunciado sin analizar 'El autor de *Waverley* fue un poeta' contiene una parte — 'el autor de *Waverley*' — de la que McX y el señor Y Griega suponen erróneamente que exige una referencia objetiva para tener significación. Pero en la traducción de Russell — 'Algo escribió *Waverley* y fue

---

3. Más sobre la teoría de las descripciones, *infra*, pp. 132 s., 237 s.

un poeta, y ninguna otra cosa escribió *Waverley* — la carga de la referencia objetiva impuesta antes a la frase descriptiva se desplaza ahora sobre palabras del tipo que los lógicos llaman variables ligadas, variables de cuantificación, esto es, palabras como 'algún', 'ningún', 'todo'. Lejos de pretender ser específicos nombres del autor de *Waverley*, esas palabras no aspiran en absoluto a ser nombres; refieren a entidades de un modo genérico, con un tipo de intencionada ambigüedad que les es peculiar.<sup>4</sup>

Estas palabras cuantificacionales o variables ligadas son sin duda una parte básica del lenguaje, y su significatividad — en contexto al menos — no puede ser discutida. Pero su significatividad no presupone en modo alguno que haya un autor de *Waverley* o una redonda cúpula cuadrada de Berkeley College, ni ningún otro objeto determinado.

En cuanto que se trata de descripciones, no hay ya la menor dificultad para afirmar o negar ser. 'El autor de *Waverley* es' se explica según Russell como significando 'Alguien (o, más estrictamente, algo) escribió *Waverley* y ninguna otra cosa escribió *Waverley*'. 'El autor de *Waverley* no es' se explica consiguientemente por la alternativa: 'O bien ninguna cosa escribió *Waverley* o bien dos o más cosas escribieron *Waverley*'. Esta alternativa es falsa, pero tiene significación, y no contiene ninguna expresión que pretenda nombrar al autor de *Waverley*. De modo análogo se analiza el enunciado 'La redonda cúpula cuadrada de Berkeley College no es'. Con esto se echa por la borda la vieja noción de que los enunciados de no ser se destruyen a sí mismos. Cuando se analiza un enunciado de ser o de no ser mediante la teoría russelliana de las descripciones, ese enunciado deja de contener toda expresión que pretenda nombrar la entidad aducida y cuyo ser se discute, de tal modo que no puede seguir pensándose que la significatividad del enunciado presuponga el ser de aquella entidad.

4. Tratamiento más explícito de las variables ligadas, *infra*, pp. 127, 153 s.

Pero, ¿qué hay de 'Pegaso'? Tratándose aquí de una palabra, y no de una frase descriptiva, el argumento de Russell no se aplica inmediatamente. No obstante, es fácil conseguir su aplicación. Nos basta con reformular 'Pegaso' como descripción, de cualquier modo que parezca adecuado para individualizar nuestra idea; por ejemplo: 'el caballo alado que fue capturado por Belerofonte'. Sustituyendo 'Pegaso' por esa frase descriptiva, podemos proceder a analizar los enunciados 'Pegaso es' o 'Pegaso no es' en precisa analogía con el análisis russelliano de 'El autor de *Waverley* es' y 'El autor de *Waverley* no es'.

Para poder subsumir bajo la teoría russelliana de la descripción un nombre o supuesto nombre de una sola palabra, tenemos naturalmente que ser capaces de traducir la palabra a una descripción. Pero ésta no es una verdadera restricción. Si la noción de Pegaso hubiera sido tan oscura o tan básica que no se hubiera ofrecido ninguna posibilidad de traducción adecuada a frase descriptiva por procedimientos habituales, habríamos podido servirnos, en todo caso, del siguiente expediente artificial y a primera vista trivial: podríamos haber apelado al atributo *ser Pegaso*, *ex hypothesi* inanalizable, irreductible, y habríamos adoptado para su expresión el verbo 'ser-Pegaso' o el verbo 'pegasear'. El nombre 'Pegaso' podría entonces tratarse como derivado, e identificado en última instancia con una descripción: 'la cosa que es Pegaso', 'la cosa que pegasea'.<sup>5</sup>

No tiene importancia que la connotación de un predicado como 'pegasea' parezca obligarnos a reconocer que un atributo correspondiente, pegaseante, se encuentra en el cielo platónico o en las mentes de los hombres. Ni nosotros ni el señor Y Griega ni McX hemos discutido hasta ahora acerca del ser o no ser de los universales, sino más bien acerca del ser o no ser de Pegaso. Si en términos del atributo pegasear

5. Para ulteriores observaciones acerca de tal asimilación de todos los términos singulares a descripciones, cfr. *infra*, p. 237, y QUINE, [2], pp. 218-224.

podemos interpretar el nombre 'Pegaso' como un sujeto descrito según la teoría russelliana de la descripción, habremos liquidado la vieja noción según la cual no puede decirse que Pegaso no es sin admitir que en cierto sentido Pegaso es.

Nuestra argumentación es ahora bastante general. McX y el señor Y Griega suponían que no se puede sentar significativamente un enunciado de la forma 'tal y cual cosa no es', con un nombre simple o descriptivo en el lugar de 'tal y cual cosa', sin que tal y cual cosa fuera. Se ha visto ya que esa suposición carece en general de fundamentos, puesto que el nombre singular en cuestión puede ampliarse siempre a descripción singular — trivialmente o no — y luego analizarlo *a la Russell*.

Cuando decimos que hay números primos mayores que un millón nos comprometemos con una ontología que contiene números; cuando decimos que hay centauros nos obligamos a sostener una ontología que contiene centauros; y cuando decimos que Pegaso es, nos sometemos a una ontología que contiene a Pegaso. En cambio, no nos atamos a una ontología que contenga a Pegaso o al autor de *Waverley* o a la redonda cúpula cuadrada de Berkeley College cuando decimos que Pegaso *no es*, que el autor de *Waverley* o la cúpula en cuestión *no son*. No debemos seguir trabajando bajo la ilusión de que la significatividad de un enunciado que contiene un término singular presupone una entidad nombrada por el término en cuestión. Un término singular no necesita nombrar para ser significativo.

Un atisbo de esa circunstancia podía haber iluminado al señor Y Griega y a McX, incluso sin beneficiarse de Russell, con sólo haberse dado cuenta — como nos damos tan pocos — de que hay un abismo entre *significar* y *nombrar* incluso en el caso de un término singular que sea genuinamente nombre de un objeto. El siguiente ejemplo de Frege [3] será útil en este punto. La frase 'lucero de la tarde' nombra cierto gran objeto físico de forma esférica que se mueve en el espacio a varios millones de millas de nosotros. La frase

'lucero del alba' nombra la misma cosa, como probablemente estableció por vez primera cierto buen observador babilonio. Pero no se puede considerar que las dos frases tengan la misma significación; de tenerla, aquel babilonio habría podido ahorrarse sus observaciones y contentarse con reflexionar acerca de la significación de sus palabras. Las dos significaciones, puesto que difieren, deben ser algo diverso del objeto nombrado o denotado, el cual es uno y el mismo en los dos casos.

La confusión de significar y nombrar no sólo acarrió la convicción de McX de que no podría repudiar a Pegaso sin caer en un sinsentido; la continua confusión de significar y nombrar le ayudó sin duda también a engendrar su absurda noción de que Pegaso es una idea, una entidad mental. La estructura de su confusión es como sigue. McX confundió el aducido *objeto nombrado* Pegaso con la *significación* de la palabra 'Pegaso', infiriendo consiguientemente que Pegaso tiene que ser para que 'Pegaso' tenga significación. Pero ¿qué cosa es una significación? Es éste un punto discutido, pero, de todos modos, uno puede explicar plausiblemente las significaciones como ideas presentes en la mente, suponiendo que sea capaz de dar sentido claro a la idea de ideas presentes en la mente. Pegaso, por tanto, inicialmente confundido con una significación, termina por ser una idea en la mente. Lo más notable es que el señor Y Griega, sujeto a la misma motivación inicial que McX, evitaría esa concreta confusión encontrándose al final, en cambio, con los posibles no-actualizados.

Atendamos ahora al problema ontológico de los universales: la cuestión de si hay entidades tales como atributos, relaciones, clases, números, funciones. Es característico de McX pensar que hay tales cosas. Cuando habla de atributos dice: "Hay casas rojas, rosas rojas y crepúsculos rojos; todo eso es cosa de sentido común prefilosófico que todos tenemos que aceptar. Ahora bien, esas casas, esas rosas y esos crepúsculos tienen algo en común; lo que tienen en común es lo men-

tado mediante el atributo de la rojez". Así pues, para McX el que haya atributos es incluso más trivial que el hecho trivial y obvio de que hay casas rojas, rosas rojas y crepúsculos rojos. Esto es, según creo, lo característico de la metafísica, o, por lo menos, de la parte de la metafísica llamada ontología: quien considere verdadera una afirmación de esa rama tiene que considerarla al mismo tiempo trivialmente verdadera. La ontología de cada cual es básica para el esquema conceptual mediante el cual interpreta todas las experiencias, incluso las más tópicas. Considerada en el marco de un determinado sistema conceptual — ¿y de qué otro modo sería posible el juicio? — una afirmación ontológica vale sin más, sin necesidad de justificación especial. Las afirmaciones ontológicas se siguen inmediatamente de todos los tipos de afirmaciones accidentales de hechos vulgares, exactamente igual que — desde el punto de vista, desde luego, del esquema conceptual de McX — 'Hay un atributo' se sigue de 'Hay casas rojas, rosas rojas y crepúsculos rojos'.

Juzgada, en cambio, dentro del marco de otro esquema conceptual, una afirmación ontológica que es axiomática para McX puede ser sentenciada como falsa con la misma inmediatez y trivialidad. Uno puede admitir que hay casas rojas, rosas rojas y crepúsculos rojos y negar al mismo tiempo que tengan algo en común, como no sea según una manera de hablar popular y susceptible de inducir a error. Las palabras 'casas', 'rosas' y 'crepúsculos' son verdaderas de numerosas entidades individuales que son casas y rosas y crepúsculos, y la expresión 'rojo' u 'objeto rojo' es verdadera de cada una de numerosas entidades individuales que son casas rojas, rosas rojas o crepúsculos rojos; pero no hay además de eso ninguna entidad, individual o no, denominada por la palabra 'rojez', ni, por lo demás, entidades denominadas 'caseidad', 'roseidad', 'crepusculeidad'. El que las casas, las rosas y los crepúsculos sean todos ellos rojos puede ser considerado hecho último e irreductible, y puede sostenerse que McX no gana ninguna capacidad explicativa con todas las entidades

ocultas que pone bajo nombres del tipo de 'rojez' o 'lo rojo'.

Antes de prestar atención al problema de los universales se destruyó una argumentación con la cual McX habría podido intentar muy naturalmente imponernos su ontología de los universales. McX no puede argüir que predicados como 'rojo' o 'es rojo', predicados que todos usamos, tienen que ser considerados como nombres, cada uno, de una entidad singular, si es que han de tener significación. Pues hemos visto que ser nombre de algo es característica mucho más especial que la de ser significativo. Tampoco puede reprocharnos — por lo menos, no puede hacerlo con *ese* argumento — el haber puesto un atributo pegasear por nuestra adopción del predicado 'pegasea'.

No obstante, McX apela a otra estratagema. "Admitamos — dice — esa distinción entre significar y nombrar que tan importante le parece. Admitamos incluso que 'es rojo', 'pegasea', etc., no son nombres de atributos. Pero usted mismo admite que son significaciones. Y esas significaciones, ya sean *nominales* o no, siguen siendo universales, y hasta me atrevo a decir que algunas de ellas pueden ser las mismas cosas que yo llamo atributos, o algo, en última instancia, muy parecido desde el punto de vista de su función."

Se trata, sin duda, de un discurso sorprendentemente penetrante para tratarse de McX; tan penetrante que el único procedimiento que conozco para hacerle frente consiste en negarse a admitir significaciones. La verdad es que no siento en realidad ninguna repugnancia por seguir esa vía y negarme a admitirlas, pues no por ello tengo que negar que las palabras y los enunciados sean significativos. McX y yo podemos coincidir a la letra en nuestra clasificación de las formas lingüísticas en significativas y asignificativas, aunque McX construya la significatividad como el *tener* (en un determinado sentido de 'tener') cierta abstracta entidad que él llama significación, mientras que yo no la construyo así. Yo puedo sostener libremente que el hecho de que un determinado uso lingüístico sea significativo (o *significante*, co-

mo prefiero decir, más activamente, para no invitar a hipostatizar, por el uso pasivo, las significaciones en entidades) es una cuestión fáctica última e irreductible; o bien puedo intentar analizar ese hecho directamente en términos de lo que hace la gente en presencia del uso lingüístico en cuestión y de otros usos análogos.

Los usos útiles según los cuales habla o parece hablar comúnmente la gente acerca de significaciones se reducen a dos: el tener significación, que es la significatividad, y la identidad de significación, o sinonimia. Lo que se llama dar la significación de un uso lingüístico consiste simplemente en usar un sinónimo formulado, por lo común, en un lenguaje más claro que el original. Si pues nos sentimos alérgicos a las significaciones como tales, podemos hablar directamente de los usos lingüísticos llamándoles significantes o no-significantes, sinónimos o heterónimos unos de otros. El problema de explicar esos adjetivos — 'significante' y 'sinónimo' — con alguna claridad y algún rigor — y, preferiblemente, según creo, en términos de comportamiento — es tan difícil como importante.<sup>6</sup> Pero el valor explicativo de esas entidades intermediarias especiales e irreductibles llamadas significaciones es seguramente ilusorio.

Hasta el momento he sostenido que podemos usar significativamente términos singulares en enunciados sin necesidad de suponer que hay unas entidades que aquellos términos pretenden nombrar. He argüido además que podemos usar términos generales, predicados por ejemplo, sin necesidad de conceder que sean nombres de entidades abstractas. También he sostenido que podemos considerar los usos lingüísticos como significantes y como sinónimos o heterónimos los unos de los otros sin complicarnos con un reino de entidades llamadas significaciones. En este punto McX empieza a dudar de que nuestra inmunidad ontológica tenga algún límite. ¿Es que *nada* de lo que podamos decir nos obli-

6. Cfr. los ensayos II y III.

gará a admitir los universales u otras entidades que nos resulten desagradables?

He sugerido ya una respuesta negativa a esa pregunta al hablar de las variables ligadas, o variables de cuantificación, en relación con la teoría russelliana de las descripciones. Podemos complicarnos muy fácilmente en compromisos ontológicos diciendo, por ejemplo, que *hay algo* (variable ligada) que tienen en común las casas rojas y los crepúsculos; que *hay algo* que es un número primo mayor que un millón. Pero ésa es esencialmente la *única* vía por la cual podemos contraer compromisos ontológicos: nuestro uso de las variables ligadas. En cambio, no es un criterio el uso de supuestos nombres, pues podemos perfectamente repudiar su naturaleza denotativa, a menos que una entidad correspondiente pueda ser localizada entre las cosas que afirmamos en términos de variables ligadas. De hecho, los nombres son irrelevantes para el problema ontológico, pues, como hemos mostrado a propósito de 'Pegaso' y de 'pegasear', los nombres pueden convertirse en descripciones, y Russell ha mostrado que las descripciones pueden eliminarse. Todo lo que puede decirse con la ayuda de nombres puede decirse también en un lenguaje que no los tenga. Ser asumido como entidad significa pura y simplemente ser asumido como valor de una variable. Dicho según las categorías de la gramática tradicional, eso equivale, aproximadamente, a encontrarse en el campo de referencia de un pronombre. Los pronombres son los medios de referencia básicos; habría sido más adecuado llamar a los nombres propronombres. Las variables de cuantificación — 'alguno', 'ninguno', 'todo' — recorren nuestra ontología entera, cualquiera que ésta sea; y se nos hará convictos de una determinada suposición ontológica si y sólo si el supuesto aducido tiene que encontrarse entre las entidades que constituyen el campo de nuestras variables para que una de nuestras afirmaciones resulte verdadera.

Podemos, por ejemplo, decir que algunos perros son blancos sin obligarnos por ello a reconocer ni la perreidad ni la

blancura como entidades. 'Algunos perros son blancos' dice que algunas cosas que son perros son blancas; y para que esta afirmación sea verdadera, las cosas que constituyen el campo o recorrido de la variable ligada 'algunos' tienen que incluir algunos perros blancos, pero no la perreidad ni la blancura. En cambio, cuando decimos que algunas especies zoológicas son cruzables, nos estamos comprometiendo a reconocer como entidades las especies mismas, por abstractas que sean. Así quedamos, al menos, comprometidos mientras no arbitremos algún expediente para parafrasear el enunciado de tal modo que resulte que la aparente referencia de nuestra variable ligada a las especies era una manera de decir inesencial y evitable.<sup>7</sup>

La matemática clásica, como ilustra claramente el ejemplo de los números primos mayores que un millón, está comprometida hasta el cuello en una ontología de entidades abstractas. Por ello la gran controversia medieval de los universales ha vuelto a encenderse en la moderna filosofía de la matemática. Pero el problema es ahora más claro que entonces, pues hoy contamos con un criterio más explícito para decidir cuál es la ontología con la que está comprometida una determinada teoría o una determinada manera de hablar: una teoría está obligada a admitir aquellas entidades — y sólo aquéllas — a las cuales tienen que referirse las variables ligadas de la teoría para que las afirmaciones hechas en ésta sean verdaderas.

Por el hecho de que ese criterio de compromiso ontológico no surgió claramente en la tradición filosófica, los modernos filósofos de la matemática no se han dado suficientemente cuenta, en general, de que estaban debatiendo el mismo viejo problema de los universales, aunque en una forma más clara. Pero las divisiones fundamentales entre los modernos puntos de vista en el terreno de la fundamentación de la matemática apuntan de modo muy explícito a des-

7. Cfr. más sobre este problema en el ensayo VI.

acuerdos sobre el tipo de entidades que pueden admitirse como objetos de referencia de las variables ligadas.

Los tres puntos de vista principales en la Edad Media a propósito de los universales han recibido de los historiadores los nombres de *realismo*, *conceptualismo* y *nominalismo*. Las mismas tres doctrinas vuelven esencialmente a aparecer en los resúmenes de la filosofía de la matemática en el siglo xx, bajo los nuevos nombres de *logicismo*, *intuicionismo* y *formalismo*.

*Realismo*, cuando la palabra se usa en el contexto de la controversia medieval sobre los universales, es la doctrina platónica de que los universales, o entidades abstractas, tienen un ser independientemente de la mente; ésta puede descubrirlos, pero no crearlos. El *logicismo*, representado por Frege, Russell, Whitehead, Church y Carnap, permite usar las variables ligadas para referirse indiscriminadamente a entidades abstractas conocidas y desconocidas, especificadas e inespecificadas.

El *conceptualismo* sostiene que hay universales, pero que son producidos por la mente. El *intuicionismo*, asumido en los tiempos modernos, de un modo u otro, por Poincaré, Brouwer, Weyl, etc., defiende el uso de las variables ligadas para referirse a entidades abstractas sólo en el caso de que tales entidades puedan ser elaboradas a partir de ingredientes previamente especificados. Como ha dicho Fraenkel, el *logicismo* sostiene que las ideas se descubren, mientras que el *intuicionismo* afirma que se inventan — correcta formulación, en realidad, de la vieja oposición entre el *realismo* y el *conceptualismo*. Esta oposición no es mero bizantinismo; da lugar, en efecto, a una esencial diferencia en cuanto a la parte del acervo de la matemática clásica que uno está dispuesto a suscribir. Los *logicistas*, o *realistas*, pueden obtener, partiendo de sus presupuestos, los órdenes de infinitud ascendentes de Cantor; los *intuicionistas*, en cambio, se ven obligados a detenerse en el orden inferior de infinitud, y, como consecuencia indirecta, a abandonar incluso algunas

de las leyes clásicas de los números reales.<sup>8</sup> La moderna controversia entre logicismo e intuicionismo surge precisamente de discrepancias a propósito del infinito.

El formalismo, asociado con el nombre de Hilbert, se hace eco del intuicionismo al deplorar el desenfrenado recurso de los logicistas a los universales. Pero el formalismo considera insatisfactorio también el intuicionismo. Y ello por una de dos razones opuestas. Al igual que el logicista, el formalista puede oponerse a la mutilación de la matemática clásica; o bien, al igual que el antiguo *nominalista*, puede negarse en redondo a admitir entidades abstractas, incluso en el sentido restringido de entidades producidas por la mente. El resultado es el mismo: el formalista concibe la matemática clásica como un juego de notaciones no significantes. Este juego de notaciones puede sin duda ser útil, todo lo útil que ha mostrado ya ser como muleta del físico y del técnico. Pero utilidad no implica significación en ningún sentido lingüístico literal. Ni tampoco tiene que implicar necesariamente significación el llamativo éxito de los matemáticos en su tejer teoremas y en su hallazgo de bases objetivas para aceptar sus resultados respectivos. Pues una base adecuada para el acuerdo entre los matemáticos puede hallarse simplemente en las reglas que regulan la manipulación de las notaciones, reglas sintácticas que, a diferencia de las notaciones mismas, son plenamente significantes e inteligibles.<sup>9</sup>

He indicado ya que el tipo de ontología que adoptemos puede ser consecuencia de determinadas necesidades, especialmente en conexión con la matemática, pero éste es sólo un ejemplo. ¿Cómo podemos juzgar entre ontologías rivales? Evidentemente, la respuesta no viene dada por la fórmula semántica "Ser es ser el valor de una variable"; esta fórmula, por el contrario, sirve más bien para examinar la

---

8. Cfr. *infra*, pp. 181 ss.

9. Cfr. GOODMAN AND QUINE. Para ulterior discusión de los temas tocados en las dos últimas páginas, véase BERNAYS [1], FRAENKEL, BLACK.

conformidad de una observación dada o de una doctrina con un determinado criterio ontológico previo. Si atendemos a las variables ligadas en conexión con la ontología no es para saber lo que hay, sino para saber lo que una determinada observación o doctrina, nuestra o de otro, *dice* que hay; y éste es muy precisamente un problema de lenguaje, mientras la cuestión ¿qué hay? es de muy otro linaje.

Al entablar una discusión acerca de lo que hay se tienen siempre razones para operar en un plano semántico. Una razón es el deseo de escapar a la aporía indicada al principio de este ensayo: la aporía que consiste en que no puedo admitir que hay cosas afirmadas por McX y no por mí. Mientras yo me atenga a mi ontología, opuesta a la de McX, no puedo permitir que mis variables ligadas se refieran a entidades que pertenecen a la ontología de McX y no a la mía. Puedo empero describir consistentemente nuestra discrepancia caracterizando las afirmaciones de McX. Siempre que mi ontología admita formas lingüísticas o, por lo menos, notaciones y usos concretos, puedo hablar de los enunciados de McX.

Otra razón para pasar a un plano semántico consiste en la necesidad de hallar un terreno común en el cual discutir. Las discrepancias en la ontología suponen siempre una discrepancia en los esquemas conceptuales básicos; pero McX y yo, a pesar de esas discrepancias básicas, consideramos que nuestros esquemas conceptuales convergen lo suficientemente en sus ramificaciones medias y superiores como para permitirnos comunicarnos con éxito acerca de cuestiones como la política, el tiempo atmosférico y, especialmente, el lenguaje. En la medida en que nuestra básica controversia ontológica pueda ser elevada y traducida a controversia semántica sobre palabras y sobre sus usos, puede retrasarse el colapso de la controversia, su desembocadura en peticiones de principio.

No puede pues asombrar que la controversia ontológica desemboque en controversia sobre el lenguaje. Pero de esto no hay que saltar a la conclusión de que la cuestión de lo

que hay o es dependa de palabras. La traducibilidad de una cuestión a términos semánticos no es una indicación de que la cuestión sea lingüística. Ver Nápoles es llamarse con un nombre que si se antepone a las palabras 've Nápoles' da un enunciado verdadero; pero en el ver Nápoles no hay nada lingüístico.

Creo que nuestra aceptación de una ontología es en principio análoga a nuestra aceptación de una teoría científica, de un sistema de física, por ejemplo: en la medida, por lo menos, en que somos razonables, adoptamos el más sencillo esquema conceptual en el cual sea posible incluir y ordenar los desordenados fragmentos de la experiencia en bruto. Nuestra ontología queda determinada en cuanto fijamos el esquema conceptual más general que debe ordenar la ciencia en el sentido más amplio; y las consideraciones que determinan la construcción razonable de una parte de aquel esquema conceptual — la parte biológica, por ejemplo, o la física — son de la misma clase que las consideraciones que determinan una construcción razonable del todo. Cualquiera que sea la extensión en la cual puede decirse que la adopción de un sistema de teoría científica es una cuestión de lenguaje, en esa misma medida — y no más — puede decirse que lo es también la adopción de una ontología.

Però la simplicidad, como principio-guía en la construcción de los esquemas conceptuales, no es una idea clara e inequívoca, y es muy capaz de presentar un criterio doble o múltiple. Imaginémonos, por ejemplo, que hemos arbitrado el más económico conjunto de conceptos apto para comunicar la experiencia inmediata al hilo de los hechos. Podemos suponer que las entidades sujetas a ese esquema — los valores de las variables ligadas — son acaecimientos subjetivos individuales de la sensación o de la reflexión. Sin duda comprobaremos que un esquema conceptual fisicalista, orientado a hablar de objetos externos, ofrece grandes ventajas para la simplificación de nuestras comunicaciones generales. Por el procedimiento de fundir acaecimientos sensi-

bles separados y tratarlos como percepciones de un objeto, reducimos la complejidad de nuestro flujo experimental a una simplicidad conceptual manejable. La regla de la simplicidad es en efecto la máxima que nos guía al asignar datos sensibles a objetos: asociamos una sensación de redondez anterior y otra posterior a la misma llamada peseta, o a dos llamadas pesetas, según la exigencia de simplicidad máxima en nuestra total imagen del mundo.

Aquí tenemos dos esquemas conceptuales en competencia, uno fenomenalista y otro fisicalista. ¿Cuál debe prevalecer? Cada uno de ellos tiene sus ventajas y su especial simplicidad a su manera. Cada uno de ellos merece, en mi opinión, ser desarrollado. Cada uno de ellos puede efectivamente considerarse como el más fundamental, aunque en diversos sentidos: el uno es epistemológicamente fundamental, el otro físicamente fundamental.

El esquema conceptual fisicalista simplifica nuestra exposición de la experiencia porque miríadas de acaecimientos sensibles separados se asocian con llamados objetos singulares; no obstante, no es verosímil que todo enunciado sobre objetos físicos pueda efectivamente traducirse, ni siquiera indirecta y complejamente, al lenguaje fenomenalista. Los objetos físicos son entidades postuladas que redondean y simplifican nuestra exposición de la experiencia, igual que la introducción de los números irracionales simplifica las leyes de la aritmética. Desde el punto de vista del esquema conceptual de la aritmética elemental de los números racionales, la aritmética más amplia de los números racionales e irracionales tendría el status de un mito conveniente, más sencillo que la verdad literal (a saber, la aritmética de los números racionales), el cual contiene sin embargo esa verdad literal como parte dispersa en él.<sup>10</sup>

¿Y qué puede decirse de las clases o atributos de los objetos físicos? Una ontología platonizante es, desde el punto

---

10. La analogía aritmética se debe a FRANK, pp. 108 s.

de vista de un esquema conceptual estrictamente fiscalista, tan mítica como mítico es el esquema fiscalista mismo para el fenomenista. Pero este superior mito es bueno y útil en la medida en que simplifica nuestra exposición de la física. Puesto que la matemática es una parte integrante de ese mito superior, resulta evidente la utilidad del mismo para la ciencia física. Al llamarle, a pesar de ello, mito, me hago eco de la filosofía de la matemática a que he aludido antes bajo el nombre de formalismo. Pero con igual justicia puede adoptar una actitud formalista ante el esquema conceptual de la física el esteta puro o el fenomenista.

La analogía entre el mito de la matemática y el mito de la física es bastante estrecha en algunos otros puntos, que acaso sean accidentales. Considérese, por ejemplo, la crisis provocada en la fundamentación de la matemática a principios de siglo por el descubrimiento de la paradoja de Russell y otras antinomias de la teoría de conjuntos. Esas contradicciones tuvieron que obviarse mediante expedientes *ad hoc* nada intuitivos;<sup>11</sup> nuestra producción de mitos se hizo entonces deliberada y manifiesta para todo el mundo. Pero ¿y en física? Surgió en ella una antinomia entre la interpretación ondulatoria de la luz y la corpuscular; y si no redundó en una contradicción tan radical como la de la paradoja de Russell fue, según creo, porque la física no es tan radical como la matemática. Más adelante, la segunda gran crisis moderna en la fundamentación de la matemática — provocada en 1931 por la demostración por Gödel [2] de que necesariamente hay enunciados aritméticos indecidibles —, tiene su paralelo en física en el principio de indeterminación de Heisenberg.

En las anteriores páginas he intentado mostrar que algunos argumentos corrientes en favor de determinadas ontologías son falaces. He ofrecido además un criterio explícito para decidir cuáles son los supuestos ontológicos de una teoría.

---

11. Cfr. *infra*, pp. 137 ss., 144 ss., 178 ss.

Pero la cuestión de cuál es la ontología que debe efectivamente adoptarse sigue abierta, y el consejo que debe darse es obviamente el de ser tolerante y tener un espíritu experimental. Comprobemos por todos los medios cuánta parte del esquema conceptual fisicalista puede reducirse al fenomenista; pero también la física exige continuación, por más que sea irreductible *in toto*. Veamos si es posible, y en qué medida, independizar la ciencia natural de la matemática platonizante; pero cultivemos también la matemática y ahondemos en sus platonizantes fundamentos.

Entre los varios esquemas conceptuales más apropiados para todas esas empresas hay uno — el fenomenista — que reivindica prioridad epistemológica. Contempladas desde el esquema conceptual fenomenista, las ontologías de objetos físicos y objetos matemáticos son mitos. Pero la cualidad de mito es relativa; relativa, en este caso, al punto de vista epistemológico. Este punto de vista es uno entre varios, y corresponde a un interés entre nuestros varios intereses, a una finalidad entre nuestras varias finalidades.

## II

### DOS DOGMAS DEL EMPIRISMO

El empirismo moderno ha sido en gran parte condicionado por dos dogmas. Uno de ellos es la creencia en cierta distinción fundamental entre verdades que son *analíticas*, basadas en significaciones, con independencia de consideraciones fácticas, y verdades que son  *sintéticas*, basadas en los hechos. El otro dogma es el *reductivismo*, la creencia en que todo enunciado que tenga sentido es equivalente a alguna construcción lógica basada en términos que refieren a la experiencia inmediata. Voy a sostener que ambos dogmas están mal fundados. Una consecuencia de su abandono es, como veremos, que se desdibuja la frontera que se supone trazada entre la metafísica especulativa y la ciencia natural. Otra consecuencia es una orientación hacia el pragmatismo.

#### *1. El trasfondo de la analiticidad*

La distinción kantiana entre verdades analíticas y verdades sintéticas fue anticipada por la distinción de Hume entre relaciones de ideas y cuestiones de hecho, y por la distinción leibniziana entre verdades de razón y verdades de hecho. Leibniz decía de las verdades de razón que son verdaderas en todos los mundos posibles. Dejando aparte ese pintoresquismo, lo que quería decir es que las verdades de razón son aquellas que no pueden ser falsas. En el mismo sentido vemos definir los enunciados analíticos como aque-

llos enunciados cuyas negaciones son autocontradictorias. Pero esta definición tiene escaso valor explicativo, pues la noción de autocontradictoriedad, en el muy amplio sentido requerido por esta definición de la analiticidad, necesita tanta clarificación como la misma noción de analiticidad. Las dos nociones son la cara y la cruz de una misma problemática moneda.

Kant concebía un enunciado analítico como aquel que no atribuye a su sujeto más de lo que ya está conceptualmente contenido en dicho sujeto. Esta formulación tiene dos insuficiencias: se limita a enunciados de la forma sujeto-predicado, y apela a la noción de contenido, dejándola, al mismo tiempo, al nivel de una metáfora. Pero la intención de Kant, que se manifiesta en el uso que hace de la noción de analiticidad más que en su definición de ella, puede precisarse del modo siguiente: un enunciado es analítico cuando es verdadero por virtud de significaciones e independientemente de los hechos. Examinemos siguiendo esa línea el concepto de *significación* que queda presupuesto.

Recordemos que significar y nombrar no pueden identificarse.<sup>1</sup> El ejemplo de Frege de 'el lucero de la tarde' y 'el lucero del alba' y el ejemplo russelliano de 'Scott' y 'el autor de *Waverley*' ilustran el hecho de que diversos términos pueden nombrar o denotar la misma cosa y diferir por su significación o sentido. No menos importante es la distinción entre significar y nombrar al nivel de los términos abstractos. Los términos '9' y 'el número de los planetas' nombran una sola y misma cosa, pero seguramente deben considerarse diversos en cuanto al sentido; pues para determinar la identidad de la entidad en cuestión hizo falta practicar observaciones astronómicas y no bastó la mera reflexión sobre significaciones.

Los anteriores ejemplos constan de términos singulares, concretos o abstractos. Con términos generales, o predicados,

---

1. Cfr. ensayo anterior, p. 35.

la situación es algo diversa, pero paralela. Mientras que un término singular pretende nombrar una entidad, abstracta o concreta, un término general o universal no tiene ese alcance, sino que es *verdadero* de una entidad, o de cada una de muchas, o de ninguna de ellas.<sup>2</sup> La clase de todas las entidades de las que es verdadero un término general se llama *extensión* del mismo. En paralelismo con el contraste que se da entre la significación o el sentido de un término singular y la entidad denotada por él tenemos que distinguir ahora análogamente entre el sentido de un término general y su extensión. Los términos generales 'criatura con corazón' y 'criatura con r ñones', por ejemplo, son quizás iguales en extensión, pero desiguales en significación.

La confusión de la significación con la extensión es menos corriente en el caso de los términos generales que la confusión de significación con denotación en el caso de los términos singulares. Es, en efecto, un tópico filosófico la oposición entre intensión \* (o significación, o sentido) y extensión, o bien, en un léxico diverso, entre connotación y denotación.

La noción aristotélica de esencia fue sin duda la precursora de la noción moderna de intensión, significación y sentido. Para Aristóteles, era esencial al hombre el ser racional, y accidental el ser bípedo. Pero hay una diferencia importante entre esa actitud y la teoría de la significación. Desde el punto de vista de la última puede en efecto concederse (pero sólo por necesidades de la discusión) que la racionalidad esté incluida en la significación de la palabra 'hombre', mientras que el tener dos piernas no lo esté; pero el tener dos piernas puede al mismo tiempo considerarse incluido en la significación de 'bípedo', mientras que la racionalidad no lo está. Así que, desde el punto de vista de la teoría de la

---

2. Cfr. *supra*, p. 36 e *infra*, pp. 159-171.

\* En la terminología tradicional: comprensión o comprehensión. (N. del T.)

significación, no tiene sentido decir de un individuo concreto, que sea a la vez hombre y bípedo, que su racionalidad le es esencial y que su tener dos piernas le es accidental, o viceversa. Las cosas, según Aristóteles, tienen esencia, pero sólo las formas lingüísticas tienen significación. Significación es aquello en que se convierte la esencia cuando se separa de su objeto de referencia y se adscribe a la palabra.

Una cuestión capital para la teoría de la significación es la de la naturaleza de su objeto: ¿qué clase de cosas son las significaciones? La necesidad tradicionalmente sentida de recurrir a entidades mentadas puede deberse a la antigua ceguera para apreciar el hecho de que significación y referencia son dos cosas diversas. Una vez tajantemente separadas la teoría de la referencia y la de la significación, basta dar un breve paso para reconocer que el objeto primario de la teoría de la significación es, simplemente, la sinonimia de las formas lingüísticas y la analiticidad de los enunciados; las significaciones mismas, en tanto que oscuras entidades intermediarias, pueden abandonarse tranquilamente.<sup>3</sup>

Así nos encontramos, pues, de nuevo con el problema de la analiticidad. No hay que buscar mucho para dar con enunciados que sean analíticos por filosófica aclamación. Esos enunciados se distribuyen en dos clases. Los de la primera clase, que pueden llamarse *lógicamente verdaderos*, pueden tipificarse mediante el enunciado siguiente:

- (1) Ningún hombre no casado es casado.

El rasgo relevante de ese ejemplo consiste en que no sólo es verdadero tal como queda enunciado, sino que sigue siéndolo para toda nueva interpretación de 'hombre' y 'casado'. Si suponemos un inventario previo de partículas *lógicas*, con 'no' y otras formas de negación, 'si', 'entonces' (en sentido

3. Cfr. *supra*, pp. 37 s., e *infra*, pp. 84 s.

lativo, no temporal), 'y', etc., puede decirse en general que una verdad lógica es un enunciado que es verdadero y sigue siéndolo para cualquier interpretación de sus componentes que no sean partículas lógicas.

Pero hay además una segunda clase de enunciados analíticos, tipificable por:

(2) Ningún soltero es casado.

Lo característico de un enunciado como ése es que puede convertirse en una verdad lógica sustituyendo sinónimos por sinónimos; así (2) puede convertirse en (1) poniendo 'hombre no casado' por su sinónimo 'soltero'. Pero seguimos careciendo de una caracterización adecuada de esta segunda clase de enunciado analítico y, por tanto, de la analiticidad en general, pues en la anterior descripción nos hemos basado en una noción de "sinonimia" que no necesita menos aclaración que la de analiticidad.

En años recientes Carnap ha tendido a explicar la analiticidad apelando a lo que llama descripciones de estado.<sup>4</sup> Una descripción de estado es cualquier asignación exhaustiva de valores veritativos a los enunciados atómicos, no compuestos, del lenguaje. Carnap admite que todos los demás enunciados del lenguaje se construyen a partir de sus cláusulas componentes por medio de los expedientes lógicos habituales, de tal modo que el valor veritativo de cualquier enunciado complejo queda fijado para cada descripción de estado por leyes lógicas especificables. Un enunciado se explica entonces como analítico cuando resulta verdadero para cualquier descripción de estado. Esta explicación es una adaptación de la idea leibniziana de "verdad en todos los mundos posibles". Pero nótese que esta versión de la analiticidad consigue su propósito sólo en el caso de que los enun-

4. CARNAP [3], pp. 9 ss.; [4], pp. 70 ss.

ciados atómicos del lenguaje sean recíprocamente independientes; a diferencia de lo que ocurre con 'Juan es soltero' y 'Juan es casado'. Si no hay tal independencia, habrá una descripción de estado que asigne el valor verdad a 'Juan es soltero' y a 'Juan es casado', con lo que 'Ningún soltero es casado' resultaría, bajo el criterio ofrecido, sintético en vez de analítico. Así pues, el criterio de analiticidad en términos de descripciones de estado no sirve más que para lenguajes que carezcan de pares sinónimos del tipo que precisamente da origen a la "segunda clase" de enunciados analíticos. Este criterio es pues, en el mejor de los casos, una reconstrucción de la verdad lógica, y no de la analiticidad.

No quiero decir con ello que Carnap se haga ilusiones en este punto. Su simplificado modelo lingüístico, con sus descripciones de estado, no está primariamente orientado hacia la solución del problema general de la analiticidad, sino hacia otro objetivo, a saber, la aclaración de los problemas de la probabilidad y la inducción. Nuestro problema es en cambio la analiticidad; y en este campo la dificultad no se encuentra en la primera clase de enunciados analíticos, las verdades lógicas, sino más bien en la segunda clase, que depende de la noción de sinonimia.

## 2. Definición

Hay quien considera resolutoria la salida consistente en decir que los enunciados de la segunda clase se reducen a los de la primera, a las verdades lógicas, por *definición*; 'soltero', por ejemplo, se *define* como 'hombre no casado'. Pero, ¿cómo descubrimos que 'soltero' se define por 'hombre no casado'? ¿Quién lo ha definido así, y cuándo? ¿Es que basta con apelar al diccionario más a mano y con aceptar como una ley la formulación del lexicógrafo? Esto equivaldría a poner la carreta delante de los bueyes. El lexicógrafo es un científico empírico, cuya tarea consiste en recopilar hechos

antecedentes; y si glosa la palabra 'soltero' mediante 'hombre no casado' es porque cree que se da una relación de sinonimia entre esas formas, relación implícita en el uso general o preponderante anterior a su propia obra. La misma noción de sinonimia, presupuesta por el lexicógrafo, tiene que ser aclarada, presumiblemente en términos referentes al comportamiento lingüístico. Está claro que la "definición", que no es más que el informe del lexicógrafo acerca de una sinonimia observada, no puede tomarse como fundamento de la sinonimia.

Pero la definición no es exclusivamente una actividad de filólogos. Filósofos y científicos tienen frecuentemente ocasión de "definir" un término abstruso parafraseándolo en términos de un vocabulario más familiar. No obstante, ordinariamente una tal definición, igual que la del filólogo, es mera cuestión de lexicografía, y afirma simplemente una relación de sinonimia anterior a la exposición en curso.

Lo que no está aclarado, ni mucho menos, es lo que significa el afirmar una sinonimia, qué son las interconexiones que resultan necesarias y suficientes para que dos formas lingüísticas puedan describirse correctamente como sinónimas; pero, cualesquiera que sean, esas interconexiones están ordinariamente basadas en el uso. Las definiciones que aportan casos seleccionados de sinonimia son, pues, informaciones acerca del uso.

Hay empero un tipo de actividad definatoria que no se limita a informar acerca de sinonimias preexistentes. Pienso al decir esto en la que Carnap llama *explicación*, actividad a la que son aficionados los filósofos y también los científicos en sus momentos más filosóficos. En la explicación, la intención no es meramente parafrasear el *definiendum* mediante un sinónimo palmario, sino perfeccionar realmente el *definiendum*, afinando o completando su significación. Pero incluso la explicación, a pesar de no consistir meramente en recoger una sinonimia preexistente entre el *definiendum* y el *definiens*, descansa de todos modos en otras sinonimias pre-

existentes.) Esta cuestión puede considerarse del modo siguiente. Toda palabra digna de explicación tiene algunos contextos que, en conjunto, son lo suficientemente claros y precisos como para resultar útiles; el objeto de la explicación es preservar el uso de esos contextos privilegiados y afinar el uso de otros contextos. Para que una determinada definición sea adecuada a fines de explicación, lo que se requiere no es, por tanto, que en el uso anterior el *definiendum* fuera sinónimo del *definiens*, sino sólo que todos y cada uno de los contextos privilegiados del *definiendum*, tomados como un todo en su uso anterior, sean sinónimos del contexto correspondiente del *definiens*.

Dos *definiencia* alternativos pueden ser igualmente apropiados para los fines de una misma tarea de explicación, aun sin ser sinónimos entre sí; pues pueden ser ambos igualmente apropiados en los contextos privilegiados, y diferir en cambio en otros. Al escoger uno de esos *definiencia* en vez de otro, una definición de tipo explicativo engendra, por un *fiat*, una relación de sinonimia entre *definiendum* y *definiens* que no existía antes. Pero, como se ha visto, una tal definición debe su propia función explicativa a sinonimias anteriores.

Queda, de todos modos, un tipo extremo de definición que no recurre en absoluto a sinonimias anteriores, a saber, la introducción, explícitamente convencional, de nuevas notaciones con fines de mera abreviación. Aquí el *definiendum* se hace sinónimo del *definiens* simplemente porque ha sido precisamente creado para ser sinónimo del *definiens*. Este es un patente caso de sinonimia creada por definición; si esto ocurriera en todos los casos, todas las especies de sinonimia serían inteligibles sin más. Pero, en general, la definición descansa en la sinonimia más que explicarla.

La palabra 'definición' ha llegado a cobrar un sonido peligroso por la tranquilidad que produce, seguramente a causa de la frecuencia con que aparece en los escritos lógicos y matemáticos. Será conveniente ahora hacer una breve di-

gresión para apreciar el papel de la definición en el trabajo formal.

En los sistemas lógicos y matemáticos puede preferirse uno de dos tipos antagónicos de economía expresiva, cada uno de los cuales tiene su peculiar utilidad práctica. Por un lado, puede buscarse la economía de la expresión práctica, facilidad y brevedad en el enunciado de relaciones complejas. Este tipo de economía exige generalmente notaciones concisas y bien distintas para una gran cantidad de conceptos. Por otro lado, en cambio, puede buscarse una economía en la gramática y el vocabulario; podemos intentar hallar un mínimo de conceptos básicos tales que, una vez adjudicada una notación precisa a cada uno de ellos, sea posible expresar cualquier otro concepto ulterior que se desee mediante la mera combinación e iteración de nuestras notaciones básicas. Este segundo tipo de economía es poco práctico en un sentido, puesto que la pobreza en elementos idiomáticos básicos tiende necesariamente a ocasionar la dilatación del discurso. Pero es práctico en otro sentido: simplifica grandemente el discurso teórico *acerca del* lenguaje, puesto que minimiza el número de términos y de formas constructivas en que consiste el lenguaje.

Ambos tipos de economía, aunque incompatibles *prima facie*, son valiosos cada uno a su manera. Por eso se ha desarrollado la costumbre de combinar ambos, fijando en la práctica dos lenguajes tales que uno de ellos sea parte del otro. El lenguaje más amplio, aunque redundante en su gramática y en su vocabulario, es económico en cuanto a la longitud de las comunicaciones, mientras que el lenguaje-parte, llamado notación primitiva, es económico en su gramática y en su vocabulario. El todo y la parte están relacionados por reglas de traducción gracias a las cuales cada elemento idiomático que no pertenezca a la notación primitiva se pone en ecuación con alguna construcción compleja de dicha notación primitiva. Esas reglas de traducción son las llamadas *definiciones* que aparecen en los sistemas formalizados. Lo

mejor es considerarlas no como agregadas a un lenguaje, como apéndices de él, sino como correlaciones entre dos lenguajes, uno de los cuales es parte del otro.

Pero esas correlaciones no son arbitrarias. Se supone que muestran cómo las notaciones primitivas son capaces de cumplir todos los objetivos del lenguaje redundante, excepto su brevedad y su conveniencia. Por eso puede esperarse que, en cada caso, el *definiendum* y su *definiens* estén relacionados entre sí de uno de los tres modos antes indicados. El *definiens* puede ser una fiel paráfrasis del *definiendum* en la notación más reducida (primitiva), recogiendo una sinonimia directa<sup>5</sup> como las de usos preexistentes; o bien el *definiens* puede perfeccionar, en el sentido de la explicación, el anterior uso del *definiendum*; o bien, por último, el *definiendum* puede ser una notación creada *ad hoc* y a la que se asigna significación en ese momento y en ese contexto.

Así pues, tanto en el trabajo formal cuanto en el que no lo es, comprobamos que la definición — excepto en el caso extremo de la introducción explícitamente convencional de nuevas notaciones — se basa en relaciones de sinonimia anteriores. Tras reconocer, por tanto, que la noción de definición no contiene la clave de la sinonimia y la analiticidad, volvamos a prestar atención a la sinonimia y dejemos ya la definición.

### 3. Intercambiabilidad

Una ocurrencia muy natural y que merece atento examen es la de que la sinonimia de las formas lingüísticas consiste simplemente en su intercambiabilidad en todos los

---

5. Según otro sentido importante de "definición", la relación recogida puede ser la relación, más débil, de mera concordancia en la referencia; cfr. *infra*, p. 191. Pero en el presente contexto será mejor olvidar ese sentido de "definición", que es irrelevante para la cuestión de la sinonimia.

contextos sin que cambie el valor veritativo; intercambiabilidad *salva veritate*, según expresión de Leibniz.<sup>6</sup> Nótese que la sinonimia así concebida no se libera necesariamente de vaguedad, al menos en la medida en que es posible hacer compatibles vaguedades.

Pero no es completamente verdad que los sinónimos 'soltero' y 'hombre no casado' sean intercambiables en todo caso *salva veritate*. Es fácil construir verdades que resultan falsedades al sustituir 'soltero' por 'hombre no casado'; por ejemplo, con ayuda de comillas:

'soltero' tiene menos de diez letras.

Pero tales contraejemplos pueden probablemente darse de lado tratando el entrecomillado 'soltero' como una palabra simple e indivisible (comillas incluidas), y estipulando que la intercambiabilidad *salva veritate* que debe ser piedra de toque de la sinonimia no se presume aplicable a instancias fragmentarias en el interior de una palabra. Esta explicación de la sinonimia, aún admitiendo que sea aceptable en todo lo demás, tiene el inconveniente de apelar a una previa concepción de "palabra" que puede a su vez, con toda probabilidad, presentar dificultades de formulación. No obstante, puede argüirse que se ha hecho algún progreso al reducir el problema de la sinonimia al problema de la naturaleza de las palabras. Sigamos pues un poco esta línea, considerando resuelto el problema "palabra".

Sigue en pie la cuestión de si la intercambiabilidad *salva veritate* (aparte de instancias en el interior de palabras) es una condición suficiente de sinonimia o si, por el contrario, hay expresiones heterónimas que pueden ser intercambiables del mismo modo. Tengamos bien claro que lo que nos preocupa aquí no es la sinonimia en el sentido de completa identidad de las asociaciones psicológicas o de la cualidad poé-

6. Cfr. LEWIS [1], p. 373.

tica; en este sentido no hay dos expresiones sinónimas. Lo único que nos ocupa es lo que puede llamarse *sinonimia cognitiva*. No puede decirse, naturalmente, qué es esta sinonimia sino una vez rematado con éxito el presente estudio; pero sabemos algo de ella a causa de la necesidad que se presentó de ella en conexión con la analiticidad en el § 1. El tipo de sinonimia que allí se necesitó consistía meramente en que todo enunciado analítico pudiera convertirse en una verdad lógica sustituyendo sinónimos por sinónimos. Empezando ahora por el final y suponiendo explicada la analiticidad, podríamos explicar la sinonimia cognitiva en los términos siguientes (tomando los del ejemplo ya conocido): decir que 'soltero' y 'hombre no casado' son cognitivamente sinónimos no es ni más ni menos que decir que el enunciado

(3) Todos y sólo los solteros son hombres no casados

es analítico.<sup>7</sup>

Lo que necesitamos es una explicación de la sinonimia cognitiva que no presuponga la analiticidad, si es que queremos explicar, a la inversa, la analiticidad con ayuda de la sinonimia cognitiva, tal como se emprendió en el § 1. A nuestra consideración se ofrece ahora, precisamente, una tal independiente explicación de la sinonimia cognitiva: la intercambiabilidad *salva veritate* en todas partes excepto en el interior de palabras. La cuestión que se nos plantea — cojamos el cabo del hilo — es la de si esa intercambiabilidad es una condición suficiente de la sinonimia cognitiva. Podemos

---

7. Esta es sinonimia cognitiva en un sentido primario y amplio. CARNAP ([3], pp. 56 ss.) y LEWIS ([2], pp. 83 ss.) han indicado cómo puede obtenerse, una vez que se tiene esta noción, un sentido más estricto de sinonimia cognitiva que es preferible para algunas finalidades. Pero esta especial ramificación en la construcción de conceptos cae fuera de nuestro presente objetivo y no debe confundirse con el tipo amplio de sinonimia cognitiva que aquí nos ocupa.

convencernos pronto de que lo es, mediante ejemplos del tipo siguiente. El enunciado

(4) Necesariamente todos y sólo los solteros son solteros

es evidentemente verdadero, incluso suponiendo que 'necesariamente' se construye tan restrictivamente que no sea correctamente aplicable más que a enunciados analíticos. Si 'soltero' y 'hombre no casado' son intercambiables *salva veritate*, el resultado de poner 'hombre no casado' por una de las instancias de 'soltero' en (4), a saber,

(5) ! Necesariamente todos y sólo los solteros son hombres  
no casados

tiene que ser verdadero como (4). Pero decir que (5) es verdadero es decir que (3) es analítico y, por tanto, que 'soltero' y 'hombre sin casar' son cognitivamente sinónimos.

Veamos qué hay en esa argumentación que le da su aspecto de arte de birlibirloque. La condición de intercambiabilidad *salva veritate* tiene mayor o menor fuerza según la riqueza del lenguaje de que se trate. La anterior argumentación supone que estamos trabajando con un lenguaje lo suficientemente rico como para contener el adverbio 'necesariamente' construido de tal modo que da el valor verdad siempre y sólo si se aplica a un enunciado analítico. Pero ¿podemos admitir un lenguaje que contenga ese adverbio? ¿Tiene realmente sentido ese adverbio? Suponer que lo tiene es suponer que hemos conseguido ya un sentido satisfactorio de 'analítico'. Y entonces, ¿para qué seguimos trabajando tan celosamente?

Nuestra argumentación no era un flagrante círculo vicioso, pero sí algo parecido. Por decirlo metafóricamente, tiene la forma de una curva cerrada en el espacio.

va seg  
inter

La intercambiabilidad *salva veritate* carece de sentido a menos que se relativice a un lenguaje cuya amplitud esté especificada en algunos importantes respectos. Supongamos que consideramos un lenguaje que contiene precisamente los siguientes elementos. Hay una reserva indefinidamente grande de predicados monádicos (por ejemplo, ' $F$ '; ' $Fx$ ' significa que  $x$  es un hombre) y poliádicos (por ejemplo, ' $G$ '; ' $Gxy$ ' significa que  $x$  ama a  $y$ ), la mayoría de los cuales se refieren a materias extralógicas. El resto del lenguaje es lógico. Los enunciados atómicos consisten cada uno de ellos en un predicado seguido por una o más variables ' $x$ ', ' $y$ ', etc.; y los enunciados complejos se construyen partiendo de los atómicos mediante funciones veritativas ('no', ' $y$ ', ' $o$ ', etc.), y la cuantificación.<sup>8</sup> Un tal lenguaje goza de los beneficios de la descripción y, por tanto, de los términos singulares en general, los cuales pueden ser contextualmente definidos del modo visto.<sup>9</sup> También los términos singulares abstractos que denotan clases, clases de clases, etc., son contextualmente definibles con tal de que la reserva de predicados incluya el predicado diádico de pertenencia de individuo a clase.<sup>10</sup> Ese lenguaje puede ser adecuado para la matemática clásica y para el discurso científico en general, excepto en la medida en que este último incluye expedientes discutibles como los condicionales contrafactuales o adverbios modales como 'necesariamente'.<sup>11</sup> Un lenguaje de este tipo es extensional en el siguiente sentido: siempre que dos predicados coinciden extensionalmente (esto es, son verdaderos de los mismos objetos) son intercambiables *salva veritate*.<sup>12</sup>

En un lenguaje extensional, por tanto, la intercambiabili-

8. En pp. 125 ss., *infra*, se encontrará una descripción de un lenguaje así, con la particularidad de que no contiene más que un predicado, el predicado diádico « [pertenencia de miembro a clase. *N. del T.]*.

9. Cfr. *supra*, pp. 31-34, *infra*, pp. 130 ss., 237 s.

10. Cfr. *infra*, p. 134.

11. Sobre tales expedientes cfr. también el ensayo VIII.

12. Esa es la sustancia de QUINE [1], \* 121.

dad *salva veritate* no garantiza una sinonimia cognitiva del tipo deseado. Que 'soltero' y 'hombre no casado' son intercambiables en un lenguaje extensional *salva veritate* no nos garantiza absolutamente nada más que la verdad de (3). No hay ninguna seguridad de que la coincidencia extensional de "soltero" y 'hombre no casado' descansa en la significación y no en circunstancias fácticas accidentales, como ocurre con la coincidencia extensional de 'criatura con corazón' y 'criatura con riñones'.

Para muchos propósitos la coincidencia extensional es la mejor aproximación a la sinonimia que podemos conseguir. Pero sigue en pie el hecho de que la coincidencia extensional queda lejos de la sinonimia cognitiva del tipo requerido para explicar la analiticidad del modo emprendido en el § 1. El tipo de sinonimia cognitiva que se necesita tiene que ser tal que permita sentar la equivalencia de la sinonimia de 'soltero' y 'hombre no casado' con la analiticidad de (3) y no simplemente con la verdad de (3).

Tenemos pues que reconocer que la intercambiabilidad *salva veritate* construida en relación con un lenguaje extensional no es condición suficiente de la sinonimia cognitiva en el sentido requerido para derivar de ella la analiticidad a la manera del § 1. Si el lenguaje contiene un adverbio intensional, el adverbio 'necesariamente', en el sentido antes indicado, u otras partículas que tengan el mismo efecto, la intercambiabilidad *salva veritate* será en ese lenguaje una condición suficiente de la sinonimia cognitiva; pero ocurre que un tal lenguaje no es inteligible más que si la noción de analiticidad se entiende ya por anticipado.

Es posible que el esfuerzo dirigido a explicar primero la sinonimia cognitiva para derivar luego de ella la analiticidad, como se apuntó en el § 1, yerre su dirección. En lugar de esforzarnos según esa línea podríamos intentar explicar la analiticidad de algún modo que no apele a la sinonimia cognitiva. Luego podríamos sin duda derivar la sinonimia cognitiva de la analiticidad de un modo plenamen-

te satisfactorio. Hemos visto que la sinonimia cognitiva de 'soltero' y 'hombre no casado' puede explicarse como analiticidad de (3). La misma explicación sirve para todo par de predicados monádicos, como es natural, y puede generalizarse de modo obvio a los predicados poliádicos. También pueden incluirse en la explicación, de un modo paralelo, otras categorías sintácticas. Por lo que hace a los términos singulares puede decirse que son cognitivamente sinónimos cuando el enunciado de identidad formado escribiendo ' $=$ ' entre aquellos términos singulares es analítico. Por lo que hace a los enunciados, puede decirse simplemente que son cognitivamente sinónimos cuando su bicondicional (el resultado de unirlos mediante la conectiva 'si y sólo si') es un enunciado analítico.<sup>13</sup> Si queremos reunir todas esas categorías sintácticas en una sola formulación, podemos hacerlo — al precio de volver a cargar con la noción de "palabra", a la que ya antes se apeló en esta sección — describiendo como cognitivamente sinónimo cualquier par de formas lingüísticas que sean intercambiables (aparte de instancias en el interior de palabras) *salva analyticitate* (y no ya *veritate* sólo). Surgen entonces ciertos problemas técnicos sobre casos de ambigüedad o de homonimia; pero no nos detendremos ahora en ellos, ya que aún nos encontramos en nuestra larga disgresión. ¡Abandonemos más bien el problema de la sinonimia y volvamos de nuevo al de la analiticidad.

#### 4. Reglas semánticas

Pareció al principio que la manera más natural de definir la analiticidad consistía en apelar a un reino de significaciones. Afinando esa solución, la apelación a significacio-

13. Entendiendo "si y sólo si" en el sentido veritativo-funcional. Cfr. CARNAP [3], p. 14.

nes dio lugar a la apelación a la sinonimia o a la definición. Pero la definición mostró ser un fuego fatuo, y en cuanto a la sinonimia, resultó que ésta no puede entenderse correctamente sino mediante una previa apelación a la analiticidad misma. Y así volvemos al problema de la analiticidad.

No sé si el enunciado 'Toda cosa verde es extensa' es analítico. ¿Traiciona mi indecisión ante ese ejemplo una comprensión incompleta, una incompleta captación de las significaciones de 'verde' y 'extensa'? Yo creo que no. La dificultad no está en 'verde' ni en 'extensa', sino en 'analítico'.

Se dice a menudo que la dificultad de distinguir entre enunciados analíticos y enunciados sintéticos en el lenguaje ordinario se debe a la vaguedad de éste, y que la distinción es clara cuando se trata de un preciso lenguaje artificial con "reglas semánticas" precisas. Voy a intentar mostrar que eso es una confusión.

La noción de analiticidad en torno de la cual nos movemos es una relación entre enunciados y lenguajes: de un enunciado *E* se dice que es *analítico para* un lenguaje (o en un lenguaje) *L*, y el problema consiste en conseguir un sentido general de esa relación, es decir, para 'E' y 'L' como variables. La gravedad del problema no es menos perceptible en lenguajes artificiales que en lenguajes naturales. El problema de dar sentido a la frase 'E es analítico para L', con 'E' y 'L' variables, sigue siendo correoso aunque limitemos el campo de la variable 'L' a lenguajes artificiales. Intentaré ahora poner esto de manifiesto.

En materia de lenguajes artificiales y de reglas semánticas es natural dirigirse a los escritos de Carnap. Sus reglas semánticas toman varias formas, y para precisar mi tarea tendré que distinguir algunas de esas formas. Supongamos, para empezar, un lenguaje artificial  $L_0$  cuyas reglas semánticas tengan explícitamente la forma de una especificación — recursiva o de otro tipo — de todos los enunciados analíticos de  $L_0$ . Las reglas nos dicen que tales y cuales enunciados, y sólo ellos, son los enunciados analíticos de  $L_0$ . La

única dificultad en este caso es que las reglas contienen la palabra 'analítico'... que es la palabra que no comprendemos. Comprendemos cuáles son las expresiones a las que las reglas atribuyen analiticidad, pero no comprendemos qué es en realidad lo que las reglas les atribuyen. Dicho brevemente: para que podamos entender una regla que empieza diciendo 'Un enunciado  $E$  es analítico para el lenguaje  $L_0$  si y sólo si...', tenemos que entender antes el término general relativo 'analítico para'; tenemos que entender ' $E$  es analítico para  $L$ ' siendo ' $E$ ' y ' $L$ ' variables.

Podemos naturalmente también considerar la llamada regla como una definición convencional de un nuevo símbolo simple, el símbolo 'analítico para  $L_0$ ', que valdrá más escribir, sin tendencia psicológica, ' $K$ ' por ejemplo, para que no parezca indebidamente que arroja luz sobre la palabra que nos interesa, 'analítico'. Cualquier número de clases,  $K$ ,  $M$ ,  $N$ , de enunciados de  $L_0$  puede especificarse en atención a diversas necesidades o sin ninguna finalidad; ¿qué significa entonces decir que  $K$ , a diferencia de  $M$ ,  $N$ , etc., es la clase de los enunciados "analíticos" de  $L_0$ ?

Enumerando los enunciados que son analíticos para  $L_0$  explicamos 'analítico para  $L_0$ ', pero no 'analítico' ni 'analítico para'. No explicamos la frase ' $E$  es analítico para  $L$ ' con ' $E$ ' y ' $L$ ' variables, ni siquiera limitando el campo de ' $L$ ' a los lenguajes artificiales.

En realidad, conocemos lo suficiente de la significación buscada de 'analítico' como para saber que los enunciados analíticos se suponen verdaderos. Atendamos por ello ahora a otra forma de regla semántica, la cual no dice que tales o cuales enunciados son analíticos, sino, simplemente, que tales o cuales enunciados se incluyen entre los verdaderos. Una regla de este tipo no está sujeta a la crítica por contener la palabra 'analítico', cuya comprensión se busca; por amor de la argumentación podemos suponer que no hay dificultades a propósito del término, más amplio, 'verdadero'. No se supone que una regla semántica de este segundo tipo,

una regla veritativa, especifique todas las verdades de su lenguaje; sólo precisa — recursivamente o de otro modo — un cierto número de enunciados que deben considerarse verdaderos junto con otros que no especifica. Puede concederse que una tal regla es suficientemente clara. Sobre ella puede luego precisarse derivativamente la analiticidad del modo siguiente: un enunciado es analítico si es verdadero por la regla semántica (no simplemente verdadero).

Pero con ello no se ha conseguido ningún progreso real. En vez de apelar a la inexplicada palabra 'analítico' estamos apelando ahora a la inexplicada frase 'regla semántica'. No todo enunciado verdadero que dice que los enunciados de una clase determinada son verdaderos puede tomarse como una regla semántica, pues entonces *todas* las verdades serían "analíticas" en el sentido de ser verdaderas por virtud de reglas semánticas. Todo parece indicar que la única característica de las reglas semánticas consiste en figurar en una página encabezada por el rótulo 'Reglas Semánticas', y este rótulo carece por su parte de significación.

Podemos pues decir que un enunciado es *analítico para*  $L_0$  si y sólo si es verdadero según tales y cuales "reglas semánticas" precisamente especificadas, pero con ello volvemos a encontrarnos esencialmente en el mismo caso inicialmente discutido: 'E es analítico para  $L_0$  si y sólo si...'. Y puesto que lo que queremos explicar es 'E es analítico para L' en términos generales para la variable 'L' (aunque admitiendo su limitación a los lenguajes artificiales), la explicación 'verdadero según las reglas semánticas de L' es estéril, pues el término relativo 'regla semántica de' necesita por lo menos tanta aclaración como 'analítico para'.

Puede ser instructivo comparar la noción de regla semántica con la de postulado. Dado un conjunto de postulados, es muy fácil decir qué es un postulado: es un miembro del conjunto dado. Y dado un conjunto de reglas semánticas, es también muy fácil decir qué es una regla semántica. Pero dada simplemente una notación matemática o de otro

tipo, entendida como se quiera en cuanto a la traducción o a las condiciones veritativas de sus enunciados, ¿quién puede decir cuáles de sus enunciados verdaderos tienen el rango de postulados? Es obvio que la cuestión carece de sentido; tanto como la pregunta que inquiriera qué lugares de Ohio son puntos de partida. Toda selección finita (o infinita, pero efectivamente especificable) de enunciados (quizá preferiblemente verdaderos) es *un* conjunto de postulados con el mismo derecho que cualquier otra selección. La palabra 'postulado' es significativa sólo si es relativa a un concreto acto de investigación; aplicamos la palabra a un conjunto de enunciados en la medida en que al mismo tiempo pensamos en esos enunciados en relación con otros que pueden obtenerse de ellos mediante un conjunto de transformaciones al que hemos tenido que prestar nuestra atención. La noción de regla semántica es tan concreta y significativa como la de postulado si se concibe con el mismo espíritu relativo — relativo, en este caso, a la tarea de informar a alguna persona acerca de las condiciones suficientes de la verdad de enunciados en un determinado lenguaje, natural o artificial, *L*. Pero desde este punto de vista ninguna indicación de una subclase de verdades de *L* es por derecho propio más regla semántica que otra, y si 'analítico' significa 'verdadero por reglas semánticas', ninguna verdad de *L* es más analítica que otra.<sup>14</sup>

Podría pensarse en argüir que un lenguaje artificial *L* (a diferencia de un lenguaje natural) es un lenguaje en el sentido ordinario de esa palabra *más* un conjunto de reglas semánticas explícitas — constituyendo el conjunto, digamos, un par ordenado; y que las reglas semánticas de *L* son entonces simplemente especificables como el segundo elemento del par *L*. Pero, con el mismo resultado y menos dificult-

---

14 El párrafo anterior no figuraba en la primera edición de este ensayo. Ha sido inspirado por MARTIN (v. bibliografía), igual que el final del ensayo VII.

tad, podemos construir un lenguaje artificial *L* como un par ordenado cuyo segundo elemento es la clase de sus enunciados analíticos; en este caso los enunciados analíticos de *L* son especificables sencillamente como los enunciados que componen el segundo elemento de *L*. O, mejor aún, podemos dejar de una vez de intentar levantarnos tirándonos de nuestras propias orejas.

No todas las explicaciones de la analiticidad conocidas por Carnap y sus lectores han sido explícitamente cubiertas por las anteriores consideraciones; pero no es difícil ver cómo pueden éstas ampliarse a las demás formas. Sólo habría que mencionar aún un factor adicional que interviene algunas veces: en ocasiones las reglas semánticas son en realidad reglas de traducción al lenguaje ordinario, caso en el cual los enunciados analíticos del lenguaje artificial se reconocen efectivamente por la analiticidad de sus especificadas traducciones al lenguaje ordinario. Realmente, en este caso no podrá decirse que el problema de la analiticidad quede eliminado por el lenguaje artificial.

Desde el punto de vista del problema de la analiticidad, la noción de lenguaje artificial con reglas semánticas es un *feu follet par excellence*. Las reglas semánticas como determinantes de los enunciados analíticos de un lenguaje artificial no tienen interés más que si hemos entendido ya la noción de analiticidad; pero no prestan ninguna ayuda en la consecución de esa comprensión.

La apelación a lenguajes hipotéticos de un tipo artificialmente sencillo podría probablemente ser útil para la aclaración de la analiticidad, siempre que el modelo simplificado incluyera algún esquema de los factores mentales, comportamentísticos o culturales relevantes para la analiticidad, cualesquiera que ellos sean. Pero es poco verosímil que un modelo que toma la analiticidad como un carácter irreductible pueda arrojar luz a la hora de intentar explicar la analiticidad.

Es obvio que la verdad en sentido general depende a la

vez del lenguaje y del hecho extralingüístico. El enunciado 'Bruto mató a César' sería falso si el mundo hubiera sido diverso en algunos aspectos de lo que ha sido, y también lo sería si resultara que la palabra 'mató' tuviera el sentido de 'procreó'. Por eso se presenta la tentación de suponer que la verdad de un enunciado es algo analizable en una componente lingüística y una componente fáctica. Dada esa suposición, parece a continuación razonable que en algunos enunciados la componente fáctica se considere nula; y estos son los enunciados analíticos. Pero por razonable que sea todo eso *a priori*, sigue sin trazarse una línea separatoria entre enunciados analíticos y enunciados sintéticos. La convicción de que esa línea debe ser trazada es un dogma nada empírico de los empiristas, un metafísico artículo de fe.

### 5. La teoría de la verificación y el reduccionismo

En el curso de estas sombrías reflexiones hemos conseguido una visión bastante oscura de la noción de significación primero, luego de la de sinonimia cognitiva y, finalmente, de la de analiticidad. ¿Y la teoría de la verificación, que es una teoría de la significación? se preguntará. Esa frase — teoría de la verificación — se ha establecido tan firmemente como marca de fábrica del empirismo que habría sido muy poco científico no buscar antes por otros lados una posible clave del problema de la significación y demás problemas asociados con él.

La teoría de la verificación, tan destacada en la literatura a partir de Peirce, sostiene que el sentido o significación de un enunciado es el método de confirmación o confutación empírica del mismo. Un enunciado analítico es aquel caso límite que queda confirmado en cualquier supuesto.

Como se dijo en el § 1, podemos perfectamente obviar la cuestión de las significaciones como entidades y dirigirnos directamente hacia la de la identidad de significación, o si-

nonimia. Pues lo que la teoría de la verificación dice es que unos enunciados son sinónimos si y sólo si coinciden en cuanto al método de confirmación o invalidación empírica.

Es ésta una explicación de la sinonimia cognitiva de enunciados, y no de formas lingüísticas en general.<sup>15</sup> No obstante, partiendo del concepto de sinonimia de enunciados podemos derivar el concepto para otras formas lingüísticas mediante consideraciones bastante parecidas a las hechas al final del § 3. Presuponiendo la noción de 'palabra', podemos en efecto explicar la sinonimia de dos formas cualesquiera por el hecho de que la sustitución de una instancia de una forma en cualquier enunciado (aparte de instancias en el interior de una "palabra") por la otra forma produce un enunciado sinónimo. Por último, dado así el concepto de sinonimia para formas lingüísticas en general, podemos definir la analiticidad en términos de sinonimia y verdad lógica como en el § 1. En realidad, podemos definir la analiticidad más simplemente en términos de mera sinonimia de enunciados más verdad lógica; no es necesario apelar a la sinonimia de formas lingüísticas diversas de los enunciados. Pues un enunciado puede describirse como analítico con tal de que sea sinónimo de un enunciado lógicamente verdadero.

Así pues, si la teoría de la verificación puede aceptarse como explicación adecuada de la sinonimia de enunciados, la noción de analiticidad se salva en última instancia. Pensemos, de todos modos. La teoría dice que la sinonimia de enunciados es la igualdad de método de confirmación o invalidación empírica. Pero, ¿qué son esos métodos que hay que comparar para establecer su igualdad? Dicho de otro

---

15. Pero la doctrina puede formularse con términos — en vez de enunciados — como unidades. Así, Lewis define la significación de un término como "*un criterio mental por referencia al cual somos capaces de aplicar, o negarnos a aplicar, la expresión en cuestión en el caso de cosas o situaciones presentes o imaginadas*" ([2], p. 133). — Para una instructiva exposición de las vicisitudes de la teoría de la verificación, centrada en la noción de significatividad y no en las de sinonimia y analiticidad, véase HEMPEL.

modo: ¿cuál es la naturaleza de la relación entre un enunciado y las experiencias que contribuyen a su confirmación o la impiden?

La concepción más ingenua de esta relación consiste en suponer que se trata de una referencialidad directa. Tal es el reductivismo radical, que sostiene que todo enunciado con sentido es traducible a un enunciado (verdadero o falso) acerca de experiencia inmediata. En una forma u otra, el reductivismo radical precede a la teoría de la verificación propiamente dicha. Así, por ejemplo, Locke y Hume sostenían que toda noción se origina directamente en la experiencia sensible, o bien es un compuesto de nociones así originadas. Recogiendo una indicación de Tooke, podemos reformular esta doctrina en la jerga técnica semántica diciendo que para ser significativo un término tiene que ser el nombre de un dato sensible, o bien un compuesto de tales nombres o una abreviatura de un compuesto de esa naturaleza. Así formulada, la doctrina sigue siendo ambigua porque se refiere a la vez a datos sensibles como acaecimientos sensoriales y datos sensibles como cualidades sensibles; y es además vaga en cuanto a los modos admisibles de composición (de nombres de datos sensibles). Aún más: la doctrina es innecesaria e inadmisiblemente restrictiva por la casuística crítica de términos que impone. Más razonablemente — aunque sin rebasar los límites de lo que he llamado reductivismo radical — podemos tomar como unidades significativas enunciados completos, y exigir que nuestros enunciados sean traducibles como totalidades al lenguaje de los datos sensibles, y no que lo sean término por término.

Esta corrección habría sido sin duda bien recibida por Locke, Hume y Tooke, pero históricamente no se produjo hasta el momento de la importante reorientación de la semántica por la cual se pasó a ver el vehículo primario de la significación en el enunciado y no en el término. Esta reorientación, ya explícita en Frege ([1], § 60), está en la base del concepto russelliano de símbolo incompleto definido por el

uso; <sup>16</sup> también está implícita en la teoría de la significación que consideramos, la teoría de la verificación, puesto que los objetos de la verificación son enunciados.

El reduccionismo radical, concebido con los enunciados como unidades, se pone la tarea de especificar un lenguaje de los datos sensibles y de mostrar la forma de traducir a él, enunciado por enunciado, el resto del discurso significativo. En esta empresa se embarcó Carnap en *Der logische Aufbau der Welt*.

El lenguaje que Carnap adoptó como punto de partida no era un lenguaje de datos sensibles, en el sentido más estricto imaginable, pues incluía también notaciones lógicas hasta el nivel de la teoría de conjuntos superior. Incluía, en efecto, todo el lenguaje de la matemática pura. La ontología implícita en ese lenguaje — es decir, el campo de valores de sus variables — abrazaba no sólo acaecimientos sensoriales, sino también clases de clases, etc. Hay empiristas que se aterrarían ante tal prodigalidad. En cambio, el punto de partida de Carnap es muy económico en su parte extralógica o sensorial. En una serie de construcciones en las que aprovecha con mucho ingenio los recursos de la lógica moderna, Carnap consigue definir una amplia colección de importantes conceptos adicionales de tipo sensorial que, a no ser por sus construcciones, nadie habría imaginado definibles sobre tan estrecha base. Carnap fue el primer empirista que, no contento con afirmar la reducibilidad de la ciencia a términos de experiencia inmediata, dio serios pasos hacia la realización de esa reducción.

Si el punto de partida de Carnap es satisfactorio, sus construcciones no eran en cambio, como él mismo subrayaba, más que un fragmento del programa entero. Incluso la construcción de los enunciados más sencillos acerca del mundo físico quedaba en un estadio esquemático o de esbozo. A pesar de su carácter esquemático, las sugerencias de Carnap

---

16. Cfr. *supra*, p. 31.

en este terreno eran realmente sugerencias — sugestivas. Explicaba los puntos-instantes espacio-temporales como conjuntos de cuatro números reales, y estudiaba la asignación de cualidades sensibles a los puntos-instantes según ciertos cánones. Sumariamente resumido, el plan consistía en asignar cualidades a los puntos-instantes de tal modo que se consiguiera el mundo más perezoso compatible con nuestra experiencia. El principio de acción mínima debía ser nuestra guía en la construcción de un mundo a partir de la experiencia.

Pero Carnap no parece haber visto que su tratamiento de los objetos físicos no alcanzaba la reducción no sólo por su carácter esquemático, sino por principio. Según sus cánones, había que atribuir valores veritativos a enunciados de la forma 'La cualidad  $c$  se encuentra en el punto-instante  $x; y; z; t$ ', maximizando y minimizando ciertos rasgos generales, y con el enriquecimiento de la experiencia había que revisar progresivamente los valores veritativos dentro de esa misma línea. Creo que esto es una buena esquematización (sin duda deliberadamente simplificada) de lo que realmente hace la ciencia; pero no da la menor indicación, ni siquiera la más esquemática, sobre cómo podría traducirse al inicial lenguaje de datos sensibles y lógica un enunciado de la forma 'La cualidad  $c$  se encuentra en  $x; y; z; t$ '. La conectiva: 'se encuentra en' es una conectiva añadida y no definida; los cánones nos guían en su uso, pero no en su eliminación.

Carnap parece haber apreciado este problema más tarde, pues en sus posteriores escritos ha abandonado la noción de traducibilidad de los enunciados sobre el mundo físico a enunciados acerca de la experiencia inmediata. El reduccionismo en su forma radical ha dejado de figurar en la filosofía de Carnap hace ya mucho tiempo.

Pero el dogma reductivista ha seguido influyendo en el pensamiento de los empiristas en una forma sutil y más tenue. Persiste la opinión de que con cada enunciado, o con

todo enunciado sintético, está asociado un único campo posible de acaecimientos sensoriales, de tal modo que la ocurrencia de uno de ellos añade probabilidad a la verdad del enunciado, y también otro campo único de posibles acaecimientos sensoriales cuya ocurrencia eliminaría aquella probabilidad. Esta noción está sin duda implícita en la teoría de la verificación.

El dogma reductivista sobrevive en la suposición de que todo enunciado, aislado de sus compañeros, puede tener confirmación o invalidación. Frente a esta opinión, la mía, que procede esencialmente de la doctrina carnapiana del mundo físico en el *Aufbau*, es que nuestros enunciados acerca del mundo externo se someten como cuerpo total al tribunal de la experiencia sensible, y no individualmente.<sup>17</sup>

Incluso en su forma atenuada, el dogma reductivista está en íntima conexión con el otro dogma, a saber, que hay una distinción entre lo analítico y lo sintético. Nosotros mismos nos hemos visto llevados de un problema a otro a través de la doctrina de la significación ofrecida por la teoría de la verificación. Aún más directamente, el primer dogma sostiene al segundo del modo siguiente: mientras se considere significativo en general hablar de la confirmación o la invalidación de un enunciado, parece también significativo hablar de un tipo límite de enunciados que resultan confirmados vacuamente, *ipso facto*, ocurra lo que ocurra; esos enunciados son analíticos.

Los dos dogmas son en efecto idénticos en sus raíces. Antes dijimos que en general la verdad de los enunciados depende obviamente del lenguaje y del hecho extralingüístico; y ya entonces notamos que esa circunstancia obvia lleva consigo, no por inferencia lógica, pero sí muy naturalmente, la sensación de que la verdad de un enunciado es algo analizable en una componente lingüística y otra factual. Des-

---

17. Esta doctrina fue bien argüida por DUHEM, pp. 303-328. — Ver también LOWINGER, pp. 132-140.

de un punto de vista empirista, la componente factual debe reducirse a un campo de experiencias confirmativas. En el caso extremo de que lo único que importe sea la componente lingüística, el enunciado es analítico. Pero creo que ahora estaremos bastante impresionados por la tenacidad con que la distinción entre analítico y sintético ha resistido a toda precisión. Personalmente me impresiona también lo confuso que ha sido siempre el problema de llegar a cualquier teoría explícita de la confirmación empírica de un enunciado sintético —dejando aparte los prefabricados ejemplos de las bolas blancas y negras en la urna. Quiero sugerir en este momento que hablar de una componente lingüística y una componente factual en la verdad de cualquier enunciado particular es un sinsentido que da lugar a muchos otros sinsentidos. Tomada en su conjunto, la ciencia presenta esa doble dependencia respecto del lenguaje y respecto de los hechos; pero esta dualidad no puede perseguirse significativamente hasta los enunciados de la ciencia tomados uno por uno.

Como ya hemos observado, la idea de definir un símbolo por el uso fue un progreso respecto del imposible empirismo de los términos individuales propios de Locke y Hume. Con Frege, el enunciado llegó a ser reconocido, en vez del término, como la unidad relevante para una crítica empirista. Lo que ahora afirmo es que nuestra red sigue siendo de mallas demasiado estrechas incluso cuando tomamos el enunciado entero como unidad. La unidad de significación empírica es el todo de la ciencia.

#### 6. *Empirismo sin dogmas*

La totalidad de lo que llamamos nuestro conocimiento, o creencias, desde las más casuales cuestiones de la geografía y la historia hasta las más profundas leyes de la física atómica o incluso de la matemática o de la lógica puras, es una fábrica construida por el hombre y que no está en con-

tacto con la experiencia más que a lo largo de sus lados. O, con otro símil, el todo de la ciencia es como un campo de fuerza cuyas condiciones-límite da la experiencia. Un conflicto con la experiencia en la periferia da lugar a reajustes en el interior del campo: hay que redistribuir los valores veritativos entre algunos de nuestros enunciados. La nueva atribución de valores a algunos enunciados implica la re-valoración de otros en razón de sus interconexiones lógicas — y las leyes lógicas son simplemente unos determinados enunciados del sistema, determinados elementos del campo. Una vez redistribuidos valores entre algunos enunciados, hay que redistribuir también los de otros que pueden ser enunciados lógicamente conectados con los primeros o incluso enunciados de conexiones lógicas. Pues el campo total está tan escasamente determinado por sus condiciones-límite — por la experiencia — que hay mucho margen de elección en cuanto a los enunciados que deben recibir valores nuevos a la luz de cada experiencia contraria al anterior estado del sistema. Ninguna experiencia concreta y particular está ligada directamente con un enunciado concreto y particular en el interior del campo, sino que esos ligámenes son indirectos, se establecen a través de consideraciones de equilibrio que afectan al campo como un todo.

Si esta visión es correcta, será entonces erróneo hablar del contenido empírico de un determinado enunciado — especialmente si se trata de un enunciado situado lejos de la periferia del campo. Además, resulta entonces absurdo buscar una divisoria entre enunciados sintéticos, que valen contingentemente y por experiencia, y enunciados analíticos que valen en cualquier caso. Todo enunciado puede concebirse como valedero en cualquier caso siempre que hagamos reajustes suficientemente drásticos en otras zonas del sistema. Incluso un enunciado situado muy cerca de la periferia puede sostenerse contra una recalcitrante experiencia apelando a la posibilidad de estar sufriendo alucinaciones, o reajustando enunciados de las llamadas leyes lógicas. A la inver-

sa, y por la misma razón, no hay enunciado alguno inmune a la revisión. Hasta una revisión de la ley lógica de tercio excluso se ha propuesto como un expediente para simplificar la mecánica cuántica; ¿y qué diferencia hay en principio entre un cambio así y el cambio por el que Kepler sustituyó a Ptolomeo, o Einstein a Newton, o Darwin a Aristóteles?

Por motivos de plasticidad he estado hablando de distancias respecto de una periferia sensible. Aclaremos ahora esta noción sin metáforas. Algunos enunciados, aunque *se refieren* a objetos físicos y no a experiencia sensible, parecen hermanarse característicamente con la experiencia sensible —y, además, de un modo selectivo: esto es, tales enunciados con tales experiencias, tales otros con tales otras, etcétera. En nuestra metáfora, los enunciados que están especialmente hermanados con experiencias determinadas se describen como próximos a la periferia. Pero en esa relación de “hermandad” no veo más que una laxa asociación que refleja la relativa probabilidad de que en la práctica escojamos un enunciado en vez de otro para someterlo a revisión caso de presentarse una experiencia negativa. Podemos, por ejemplo, imaginar experiencias negativas para acomodar a las cuales nuestro sistema nos inclinaríamos sin duda a cambiar los valores anteriormente atribuidos a un enunciado como el de que hay casas de adobe en el Paseo de Gracia, \* junto con otros asociados y relativos a ese mismo tema. Podemos imaginar otras experiencias críticas para acomodar a las cuales nuestro sistema nos inclinaríamos a dar un nuevo valor al enunciado de que no hay centauros y a otros emparentados con él. Según he dicho, una experiencia imprevista puede acomodarse en el sistema mediante una de varias nuevas valoraciones posibles en otros tantos sectores del sistema; pero en los casos que hemos imaginado, nuestra natural tendencia a perturbar lo menos posible el sistema en su

---

\* Texto original: “...that there are brick houses on Elm Street...” (N. del T.).

conjunto nos lleva a centrar la revisión en esos específicos enunciados relativos a casas de adobe o a centauros. Por eso se tiene la sensación de que esos enunciados tienen una referencia empírica más precisa que los muy teóricos enunciados de la física, de la lógica o de la ontología. Puede considerarse que éstos están situados en una zona relativamente central de la red, lo que significa meramente que presentan poca conexión preferencial con algún dato sensible determinado.

Como empirista, sigo concibiendo el esquema conceptual de la ciencia como un instrumento destinado en última instancia a predecir experiencia futura a la luz de la experiencia pasada. Introducimos con razón conceptualmente los objetos físicos en esta situación porque son intermediarios convenientes, no por definición en términos de experiencia, sino irreductiblemente puestos con un estatuto epistemológico comparable al de los dioses de Homero.<sup>18</sup> Yo por mi parte, como físico lego que soy, creo en los objetos físicos y no creo en los dioses de Homero, y considero un error científico orientar su creencia de otro modo. Pero en cuanto a fundamento epistemológico, los objetos físicos y los dioses difieren sólo en grado, no en esencia. Ambas suertes de entidades integran nuestras concepciones sólo como elementos de cultura. El mito de los objetos físicos es epistemológicamente superior a muchos otros mitos porque ha probado ser más eficaz que ellos como procedimiento para elaborar una estructura manejable en el flujo de la experiencia.

Esa actitud que pone objetos físicos no se reduce al nivel macroscópico. También al nivel atómico se pone objetos para que las leyes de los objetos macroscópicos — y, en última instancia, las leyes de la experiencia — sean más simples y manejables; y no debemos esperar ni pedir una plena definición de las entidades atómicas y subatómicas en términos de entidades macroscópicas, ni tampoco una defini-

---

18. Cfr. *supra*, pp. 44.

ción de las cosas macroscópicas en términos de datos sensibles. La ciencia es una prolongación del sentido común que consiste en hinchar la ontología para simplificar la teoría.

Los objetos físicos, los grandes y los pequeños, no son las únicas entidades puestas. Otro ejemplo son las fuerzas; y efectivamente hoy nos dicen que la separación entre materia y energía está anticuada. Las abstractas entidades que son la sustancia de las matemáticas — en última instancia, clases y clases de clases y así sucesivamente — son también entidades puestas en el mismo sentido. Epistemológicamente, todos esos son mitos con la misma base que los objetos físicos y los dioses, y por lo único que unos son mejores que otros es por el grado en que favorecen nuestro manejo de la experiencia sensible.

La extensa álgebra de los números racionales e irracionales está subdeterminada por el álgebra de los números racionales, pero es más cómoda y conveniente que ella, y la incluye como parte coja o manca.<sup>19</sup> La ciencia total — matemática, natural y humana — está análogamente subdeterminada por la experiencia, de un modo aún más extremado. El contorno del sistema tiene que cuadrar con la experiencia; el resto, con todos sus elaborados mitos y sus ficciones, tiene como objetivo la simplicidad de las leyes.

Desde este punto de vista, las cuestiones ontológicas van de par con las científico-naturales.<sup>20</sup> Considérese la cuestión de si deben admitirse las clases como entidades. Se trata, como he indicado en otros lugares,<sup>21</sup> de la cuestión de si deben cuantificarse variables que toman clases como valores. Carnap [6] ha sostenido que ésta no es una cuestión factual, sino de elección de la forma lingüística conveniente, del esquema o estructura conceptual conveniente para la ciencia. Puedo estar de acuerdo con esa opinión, siempre

19. Cfr. *supra*, p. 43.

20. "L'ontologie fait corps avec la science elle-même et ne peut en être séparée". MEYERSON, p. 439.

21. Cfr. *supra*, pp. 39 s.; *infra*, pp. 153 ss.

que se conceda lo mismo respecto de todas las hipótesis científicas en general. Carnap ([6], p. 32 n.) ha reconocido que sólo puede sostener una diversidad de criterios para las cuestiones ontológicas por un lado y para las hipótesis científicas por otro asumiendo una distinción absoluta entre lo analítico y lo sintético; y no es necesario repetir que ésta es una distinción que ya he rechazado.<sup>22</sup>

La cuestión de si hay o no hay clases parece más bien una cuestión relativa al esquema conceptual conveniente. Y la cuestión de si hay casas de adobe en el Paseo de Gracia o la de si hay centauros parecen más bien cuestiones de hecho. Pero he indicado que esta diferencia es sólo de grado y se basa en nuestra vaga inclinación pragmática a reajustar un determinado ramal de la red de la ciencia, en vez de otro u otros, cuando intentamos acomodar en ella alguna experiencia negativa inesperada. En esas decisiones desempeñan algún papel el conservadurismo y la búsqueda de la simplicidad.

Carnap, Lewis y otros adoptan una actitud pragmática en la elección entre formas lingüísticas o estructuras científicas; pero su pragmatismo se detiene ante la imaginaria frontera entre lo analítico y lo sintético. Al repudiar esa frontera expongo un pragmatismo más completo: Todo hombre recibe una herencia científica más un continuo y graneado fugo de estímulos sensoriales; y las consideraciones que le mueven a moldear su herencia científica para que recoja sus continuos estímulos sensoriales son, si racionales, pragmáticas.

---

22. Se hallará una eficaz expresión de otros motivos para dudar de esta distinción en WHITE [2].

## III

EL PROBLEMA DE LA SIGNIFICACIÓN  
EN LINGÜÍSTICA

## I

La lexicografía se ocupa, o parece ocuparse, de la identificación de significaciones; y la investigación del cambio semántico se refiere al cambio de significación. A falta de una explicación satisfactoria de la noción de significación, los lingüistas que trabajan en temas semánticos se encuentran en la situación de no saber de qué están hablando. No es ésa, por lo demás, una situación insostenible. Los antiguos astrónomos conocían con notable corrección los movimientos de los planetas sin saber qué clase de cosas eran éstos. Pero sí que es una situación teóricamente insatisfactoria, y así lo sienten dolorosamente los lingüistas de mentalidad más teórica.

La confusión de significación con referencia<sup>1</sup> ha robustecido la tendencia a tomar la noción de significación como dada y segura. Con esta confusión se produce en efecto la sensación de que la significación de la palabra 'hombre' es tan tangible como nuestro mismo vecino en persona, y que la significación de la frase 'lucero de la tarde' es tan clara como el astro en el cielo. Y se ha supuesto también que discutir o repudiar la noción de significación equivalía a suponer un mundo en el que no existiera más que el lenguaje y

---

1. Cfr. *supra*, pp. 35, 49.

nada que fuera *re^atum* del lenguaje. En realidad, podemos admitir un mundo lleno de objetos y hacer que nuestros términos singulares y generales se refieran a esos objetos de modos diversos y con satisfecho gozo de nuestros corazones, sin que por ello hayamos tocado el tema de la significación.

Cualquier cosa bajo el sol puede ser un objeto al que se refiere un término singular, un objeto nombrado por un término singular o denotado por un término general. Las significaciones, en cambio, pretenden ser entidades de un tipo especial: la significación de una expresión es la idea expresada. Ahora bien: es acuerdo bastante universal entre los lingüistas modernos que la idea de una idea, la idea de la contrapartida mental de una forma lingüística, es peor que inútil para la ciencia lingüística. Creo que los behavioristas o conductivistas tienen razón al sostener que hablar de ideas es mala salida incluso para la psicología. El mal de la idea consiste en que su uso, igual que la apelación a la *virtus dormitiva* en Molière, engendra la ilusión de haber explicado algo. Y la ilusión aumenta por el hecho de que con este tratamiento las cosas terminan por encontrarse en una situación lo suficientemente vaga como para asegurar cierta estabilidad, es decir, ausencia de ulterior progreso.

Volvamos al lexicógrafo, que hemos supuesto ocupado con significaciones, y veamos en qué trafica realmente, si no es con entidades mentales. La respuesta está a mano: el lexicógrafo, como todos los lingüistas, estudia formas lingüísticas. No difiere del llamado lingüista formal más que por el hecho de que se dedica a correlacionar formas lingüísticas de un modo que le es peculiar, a saber, uniendo sinónimos con sinónimos. Así resulta que el rasgo característico de las partes semánticas de la lingüística, y especialmente de la lexicografía, no es una apelación a significaciones, sino el trabajo con la sinonimia.

Nuestra maniobra consiste en fijarse en un importante contexto de la vaga palabra 'significación' — el contexto '*idéntico en significación*' — y resolverse a tratar el contexto en-

tero como si fuera una sola palabra — ‘sinónimo’ —, eludiendo así la tentación de buscar las significaciones como entidades intermedias y mediadoras. Pero, aun suponiendo que la noción de sinonimia pudiera beneficiarse de un criterio satisfactorio, quedaría el hecho de que la maniobra en cuestión no tiene en cuenta más que un contexto de la palabra ‘significación’ — el contexto ‘idéntico en significación’ —. ¿Tiene la palabra otros contextos que interesen al lingüista? Sí. Al menos uno: el contexto ‘tener significación’. Aquí se presenta la posibilidad de una maniobra paralela a la anterior: tratar el contexto ‘tener significación’ como si fuera una sola palabra — ‘significante’ — y seguir volviendo la espalda a las supuestas entidades llamadas significaciones.

La significancia es el rasgo respecto del cual el gramático estudia la materia lingüística. El gramático cataloga formas breves y explicita las leyes de su concatenación, y el producto final de ese trabajo no es ni más ni menos que una especificación de la clase de todas las formas lingüísticas posibles, simples y compuestas, del lenguaje investigado: la clase de todas las secuencias significantes, si admitimos un criterio de significación lo suficientemente amplio. El lexicógrafo, por su parte, no se dedica a especificar la clase de las secuencias significantes del lenguaje dado, sino a especificar las clases de pares de secuencias sinónimas en el lenguaje dado, o, acaso, en un par de lenguajes dados. El gramático y el lexicógrafo se ocupan del tema de la significación en el mismo grado, sea ese grado cero o no: el gramático desea saber qué formas son significantes, qué formas *tienen* significación, mientras que el lexicógrafo desea saber qué formas son sinónimas, *idénticas en significación*. Aplaudiré si se me dice que la noción de secuencias significantes, propia del gramático, no debe considerarse basada en una previa noción de significación, y añadiré que la noción de sinonimia del lexicógrafo merece el mismo elogio. Lo que hasta ahora era el problema de la significación se reduce así a un par de problemas en los que es mejor no mencionar

la significación: el problema del sentido de la noción de secuencia significativa y el problema del sentido de la noción de sinonimia. Lo que me interesa subrayar es que el lexicógrafo no tenía el monopolio del problema de la significación. El problema de la secuencia significativa y el problema de la sinonimia surgen juntos, como gemelos, del problema de la significación.

## 2

Supongamos que nuestro gramático esté trabajando sobre un lenguaje no estudiado hasta el momento, y que su contacto con ese lenguaje se haya limitado a ese trabajo suyo especializado. Como gramático, le interesa descubrir los límites de la clase  $K$  de secuencias significantes de ese lenguaje. No es en cambio su tarea establecer correlaciones de sinonimia de miembros de  $K$  entre sí y con enunciados ingleses, por ejemplo; ésta es la tarea del lexicógrafo.

Puede presumirse que no hay límite superior para la longitud de los miembros de  $K$ . Además, hay partes de enunciados significantes que cuentan a su vez como significantes, hasta llegar a las unidades adoptadas como mínimas en el análisis; así pues, esas unidades, cualesquiera que ellas sean, son los miembros más cortos de  $K$ . Además de la dimensión longitud hay que considerar la dimensión densidad. Pues dadas dos instancias de longitud igual y arbitraria y de constitución acústica similar, hemos de saber si debemos contarlas como instancias de dos miembros de  $K$  ligeramente diversos o como dos instancias ligeramente diversas de uno y el mismo miembro de  $K$ . Esta cuestión de la densidad refiere a las diferencias acústicas que deben contarse como relevantes y las que cuentan meramente como idiosincrasias irrelevantes de la voz y el acento.

La cuestión de la densidad se aclara catalogando los *fonemas*, los diversos sonidos, distinguiéndolos del modo más

genérico posible, según las necesidades del lenguaje. Dos sonidos de sutil diferencia entre ellos se cuentan como el mismo fonema a menos que sea posible cambiar la significación del uso al sustituir el uno por el otro.<sup>2</sup> Así pues, la noción de fonema, tal como queda formulada, depende obvia y notoriamente de la noción de identidad de significación o sinonimia. Si quiere ser gramático puro y no mancharse con tareas lexicográficas, nuestro gramático debe llevar adelante su programa de delimitación de *K* sin la ayuda de la noción de fonema en el sentido definido.

Parece a primera vista que tiene una salida fácil: puede limitarse a aumentar los fonemas necesarios para el concreto lenguaje de que se trate y ahorrarse la noción general de fonema definida en términos de sinonimia. Este expediente sería plenamente admisible como ayuda técnica para resolver el problema gramatical de especificar las condiciones de pertenencia a la clase *K*, siempre que el problema mismo de especificar esa pertenencia pudiera *plantearse* sin previa apelación a la noción general de fonema. Pero la situación es diversa. La clase *K*, describir la cual es tarea empírica del gramático, es una clase de secuencias de fonemas, y cada fonema es una clase de breves acaecimientos. (Será conveniente soportar esta gran cantidad de platonismo en bien de la actual discusión, aunque unas cuantas maniobras lógicas bastarían para reducirlo.) El problema del gramático se plantea en parte objetivamente en los siguientes términos: todo fenómeno de dicción que encuentra en su campo de trabajo se le presenta como una muestra de un miembro de *K*. Pero la tarea de delimitar los diversos miembros de *K* — esto es, la tarea de agrupar acaecimientos acústicamente parecidos en haces de la densidad adecuada para que se les pueda calificar de formas lingüísticas — debe tener alguna significación objetiva si realmente debe tener sentido como tarea empírica y objetiva. La necesidad queda satisfecha si se

---

2. Cfr. BLOCH y TRAGER, pp. 38-52, o BLOOMFIELD, pp. 74-92.

cuenta con la noción general de fonema como término general relativo: 'x es un fonema para el lenguaje L', con 'x' y 'L' variables, o bien 'x es un fonema para el sujeto parlante s', con 'x' y 's' variables. Según esto, la tarea del gramático respecto de un lenguaje L puede formularse como el descubrimiento de las secuencias de fonemas de L que son significantes para L. La formulación del objetivo del gramático depende pues no sólo de 'significante' — cosa que ya podíamos prever —, sino también de 'fonema'.

Pero aún podemos intentar liberar al gramático de su dependencia respecto de la noción de sinonimia, por el procedimiento de liberar un tanto de esa misma dependencia a la noción de fonema. Bühler, por ejemplo, ha formulado la hipótesis de que esa liberación puede ser alcanzable en principio. Supongamos que el continuo acústico está dispuesto en un orden acústico o fisiológico de una o más dimensiones — dos, por ejemplo — y que se traza una gráfica del mismo según la frecuencia con que ocurre cada sonido; así obtenemos un mapa en relieve de tres dimensiones en el cual la altura representa la frecuencia con que acaece el sonido. Hecho esto, se sugiere que las alturas mayores corresponden a los fonemas. Hay razones de sobra para sospechar que ni ese esquema supersimplificado ni ningún otro que remotamente se le parezca pueden suministrar una adecuada definición del fonema; y los especialistas de la fonología han aducido efectivamente esas razones. No obstante, y con objeto de determinar otros puntos de comparación entre la gramática y la lexicografía, haremos la hipótesis poco realista de que nuestro gramático tiene alguna definición no semántica de fonema. En esta hipótesis, su ulterior tarea consiste en suministrar una descripción recursiva de la clase K de formas, la cual incluirá todas y sólo las secuencias de fonemas que sean efectivamente significantes.

El punto de vista básico es que la clase K está objetivamente determinada antes de que empiece la investigación gramatical; K es la clase de las secuencias significantes, las

secuencias capaces de presentarse en el flujo normal del discurso (suponiendo por el momento que esta terminología es significante). Pero el gramático desea reproducir esa clase en otros términos, a saber, en términos formales; lo que desea es precisar una condición necesaria y suficiente de la pertenencia a *K*, y hacerlo exclusivamente en términos de unas elaboradas condiciones de sucesión de fonemas. El gramático es un científico empírico, de modo que su resultado será correcto o errado según que reproduzca aquella clase *K* objetivamente determinada o alguna otra.

La especificación recursiva de *K* intentada por nuestro gramático seguirá, según podemos suponer, la línea ortodoxa, que consiste en enumerar "morfemas" y describir construcciones. Según los manuales,<sup>3</sup> los morfemas son las formas significantes que no son reducibles a otras formas significantes más breves. Comprenden raíces, afijos y palabras completas en la medida en que éstas no son analizables en morfemas subsidiarios. Pero podemos ahorrar a nuestro gramático el trabajo de definir el morfema permitiéndole que enumere en una lista exhaustiva los llamados morfemas. Así se convierten éstos, sencillamente, en una segmentación oportuna de secuencias de fonemas oídos, o, dicho de otro modo, en bloques constructivos adecuados para los propósitos del gramático. Este desarrolla sus construcciones del modo más simple que le permita obtener todos los miembros de *K* a partir de sus morfemas, y recorta a la inversa sus morfemas de tal modo que le permitan las construcciones más simples. Igual que las unidades superiores que pueden llamarse palabras o formas libres, los morfemas pueden pues considerarse simplemente como estadios intermedios en un proceso que a su vez puede describirse como reproducción de *K* en términos de condiciones de sucesión de fonemas.

No puede negarse que la reproducción de *K* por el gramático del modo que hemos esquematizado es puramente

---

3. BLOCH y TRAGER, p. 54; BLOOMFIELD, pp. 161-168.

formal, esto es, está exenta de semántica. Pero el planteamiento del problema del gramático es cuestión completamente diversa, pues da lugar a la noción primaria de secuencia significativa o de uso normal posible. Sin esta noción, u otra que consiga aproximadamente el mismo efecto, no podemos decir qué es lo que está haciendo el gramático — qué es lo que está intentando recoger en su formal reproducción de *K* — ni en qué pueden consistir la corrección o el error de sus resultados. Así nos encontramos inapelablemente ante uno de los dos interrogantes gemelos del problema de la significación, a saber, el problema de definir la noción general de secuencia significativa.

## 3

No basta con decir que una secuencia significativa es cualquier secuencia de fonemas usada por alguno de los *Naturkinder*<sup>3 bis</sup> del valle escogido por nuestro gramático. Lo que se busca bajo el rótulo de secuencias significativas no es sin más lo usado en el lenguaje, sino todo lo que *podría* ser usado sin provocar reacciones que sugieran anomalías idiomáticas. La punta de esa formulación está en la expresión 'podría', expresión que no podemos sustituir en beneficio de un simple futuro — 'podrá' —. Las secuencias significativas están libres de todo límite en cuanto a su longitud, y son por tanto de variedad infinita; no obstante, desde el nacimiento de ese lenguaje hasta el momento en el que su desarrollo llegara al punto en que nuestro gramático se negaría a seguir reconociéndolo como el mismo lenguaje, no se habrá usado más que un conjunto finito de esa infinita pluralidad.

La clase buscada, *K*, de secuencias significativas es la culminación de una serie de cuatro clases de magnitud creciente, *H*, *I*, *J* y *K* describibles del modo siguiente: *H* es la clase de las secuencias observadas con exclusión de todas

---

3 bis. *Indígenas* (alemán). [*N. del T.*]

las que son de estructura inadecuada, en el sentido de ser no-lingüísticas o de pertenecer a dialectos extraños. *I* es la clase de todas aquellas secuencias observadas y de todas las que en algún momento hayan sido o vayan a ser profesionalmente observadas, también con exclusión de las de estructura inapropiada. *J* es la clase de todas las secuencias que ocurran en algún momento, actual, pasado o futuro, en el campo de la observación profesional o fuera de él, sin excluir más que las de estructura inadecuada. *K*, por último, es la clase infinita de todas aquellas secuencias (con exclusión, como en los demás casos, de las inapropiadas) que *podrían* usarse sin reacciones de anormalidad idiomática. *K* es la clase a la cual los gramáticos intentan aproximarse en su reconstrucción formal, y es más extensa incluso que *J*. por no hablar ya de *H* y de *I*. La clase *H* es de enumeración finita; la clase *I* es, o podría ser, cosa de enumeración progresivo-creciente; la clase *J* está más allá de cualquier lista posible, pero sigue aún teniendo cierta realidad de sentido común; ni siquiera esto, en cambio, puede esperarse de *K*, a causa precisamente de la expresión 'podría'.

Temo que debemos dejar el 'podría' sin reducir a nada. El 'podría' tiene cierto alcance operativo, pero sólo parcialmente. Exige a nuestro gramático que incluya en su reconstrucción formal de *K* todos los casos efectivamente observados, es decir, todos los *H*. Además, le compromete a predecir que todos los casos que se observen en el futuro estarán conformes con su reconstrucción — o sea, a predecir que todos los *I* pertenecen a *K*. Además, le obliga a formular la hipótesis científica de que todos los casos no-observados caerán en *K*, o sea, que todos los *J* caen en *K*. ¿Qué más supone el 'podría'? ¿Cómo puede formularse racionalmente esa infinita pertenencia adicional a *K* más allá de la parte finita *J*? Esta dilatada fuerza suplementaria del 'podría' es acaso, en este punto y en otros, un vestigio del mito indoeuropeo fosilizado en el modo subjuntivo-condicional.

Lo que hace nuestro gramático resulta suficientemente

claro. Desarrolla su reconstrucción formal de K por los procedimientos y según las líneas gramaticalmente más sencillos que puede, siempre que sean compatibles con la inclusión de *II*, hagan plausible la predicha inclusión de *I* y la hipótesis de la inclusión de *J*, y siempre que hagan plausible también la exclusión de todas las secuencias que, en el momento que sea, produzcan reacciones de anormalidad idiomática. Deseo indicar que nuestra base para formular lo que es ese 'podría' consiste en sumar lo que *es* y la *simpli-*  
*cidad* de las leyes por las cuales describimos y extrapolamos lo que efectivamente es o hay. No veo ningún procedimiento más objetivo para construir la *conditio irrealis*.

Respecto a la noción de secuencia significativa, que es una de las dos sobrevivientes de la noción de significación, hemos observado lo siguiente: es necesaria para formular la tarea del gramático. Pero es al mismo tiempo describible, sin apelar a significaciones como tales, como denotadora de cualquier secuencia que pueda usarse en la sociedad en cuestión, objeto de estudio, sin suscitar reacciones de anormalidad idiomática. Esta noción de reacción de anormalidad idiomática exige probablemente mayor afinamiento. También hay un importante problema del mismo tipo — un problema de finura o precisión — en la operación preliminar que consiste en eliminar las llamadas perturbaciones extralingüísticas, así como usos de dialectos extraños. Hay también el problema metodológico general, de naturaleza resueltamente filosófica, planteado por la palabra 'podría'. Es éste un problema común a construcciones conceptuales de muchos campos diversos (dejando aparte la lógica y la matemática, en las que resulta suficientemente aclarado); he indicado hace un momento una actitud asumible ante ese problema.

Recordemos la supersimplificación hecha a propósito de los morfemas cuando los traté como secuencias de fonemas convenientes especificadas por nuestro gramático por enumeración simple en el curso de su reconstrucción formal de la clase de secuencias significativas partiendo de los fonemas.

Esa solución no es nada realista, pues exige que nuestro gramático agote el vocabulario, en vez de permitirle que deje abiertas ciertas categorías — como nuestros nombres y nuestros verbos — facilitándoles un enriquecimiento *ad libitum*. Pero si en cambio le permitimos que deje abiertas algunas categorías de morfemas, su reconstrucción de la clase K de secuencias significantes deja de ser una construcción formal a partir de fonemas; lo más que podemos decir ahora, puestos a conceder, es que se trata de una reconstrucción formal a partir de fonemas y de categorías abiertas de morfemas. El problema que entonces aparece es el de cómo debe caracterizar el gramático sus categorías abiertas de morfemas, pues la enumeración no sirve ya en este caso. Hay que vigilar esa brecha por la cual puede infiltrarse un elemento semántico no analizado.

No deseo abandonar el tema de la secuencia significativa sin mencionar un ulterior y curioso problema suscitado por la noción. Prefiero hablar ahora de un lenguaje concreto — castellano — en vez de referirme a un hipotético lenguaje oído en general. Cualquier serie de sonidos sin sentido y totalmente ajena al castellano puede presentarse dentro de un enunciado castellano perfectamente inteligible, incluso en un enunciado verdadero, con sólo poner el sinsentido entre comillas y decir en el resto del enunciado que la serie de sonidos entrecomillados *es* un sinsentido, o que no es castellano, o que consta de cuatro sílabas, o que rima con 'Pamplona', etc. Si hay que reconocer que el enunciado como un todo es castellano normal, entonces debe pensarse que el ripio que se encuentra en su interior se presenta también en discurso castellano normal, y con eso perdemos todo medio de excluir de la categoría de secuencia significativa cualquier secuencia pronunciable. Por tanto, tenemos que restringir nuestro concepto de normalidad para que excluya, por nuestras presentes necesidades, enunciados que incluyen entrecomillados, o bien tenemos que restringir nuestro concepto de ocurrencia — ocurrencia de un símbolo simple o com-

puesto en el discurso — para excluir la ocurrencia con comillas. En cualquier caso se nos presenta el problema de identificar el análogo hablado de las comillas, y de hacerlo en términos de la suficiente generalidad para que nuestro concepto de secuencia significativa no se limite desde el primer momento a algún determinado lenguaje preconcebido, como el castellano.

En cualquier caso, hemos visto que el problema de la secuencia significativa es susceptible de considerable fragmentación; y éste es uno de los dos aspectos simples en los cuales parecía fragmentarse a su vez el problema de la significación: el aspecto del tener significación. El hecho de que este aspecto del problema de la significación se encuentre en un estado medianamente satisfactorio explica sin duda la tendencia a pensar que la gramática es una parte formal y no-semántica de la lingüística. Atendamos ahora al otro aspecto, más temible, del problema de la significación, que es el de identidad en significación, o sinonimia.

## 4

Un lexicógrafo puede ocuparse de la sinonimia entre formas de un lenguaje y formas de otro o bien, como cuando está compilando un diccionario de su propia lengua, puede ocuparse de sinonimia entre formas del mismo lenguaje. Queda como problema abierto el de hasta qué punto es satisfactorio subsumir los dos casos bajo una sola formulación general del concepto de sinonimia, pues también es problema abierto el de si el concepto de sinonimia puede ser satisfactoriamente declarado para cualquiera de esos casos. Limitemos por de pronto la atención a la sinonimia en un lenguaje.

Los llamados criterios de sustitución o de intercambiabilidad han desempeñado de un modo u otro papeles centrales en la gramática moderna. Para el problema de la sinonimia en semántica, esa vía de aproximación sigue pare-

ciendo obvia. No obstante, la noción de intercambiabilidad de dos formas lingüísticas hace sentido sólo si se consiguen respuestas a estas dos cuestiones: a) ¿En qué tipos de posición contextual — si no en todos — deben ser intercambiables las dos formas? b) ¿*salvo quo* deben ser intercambiables las dos formas? La sustitución de una forma por otra en cualquier contexto cambia siempre algo, a saber, la forma por lo menos; b) pregunta qué rasgos debe dejar sin alterar el intercambio. Respuestas diversas a a) y b) dan nociones diversas de la intercambiabilidad; unas de ellas son adecuadas para definir correspondencias gramaticales y otras, posiblemente, para definir la sinonimia.

En el § 3 del ensayo II intentamos responder a b), dentro del tema de la sinonimia, con *veritate*. Hallamos también que había que resolver algo respecto de a), en vista, por ejemplo, de la dificultad suscitada por las comillas. Respondimos a a) apelando vergonzosamente a la presupuesta concepción de “palabra”. Luego hallamos que la intercambiabilidad *salva veritate* era una condición demasiado débil para la sinonimia si el lenguaje en su conjunto es “extensional”, y que en otros lenguajes esa condición no arroja ninguna luz, y su uso implica más bien algo parecido a un círculo vicioso.

No está completamente claro que el problema de la sinonimia discutido en aquellas páginas sea el mismo del lexicógrafo. Pues lo que en aquellas páginas nos interesaba era la sinonimia “cognitiva”, la cual hace abstracción de muchos elementos que el lexicógrafo deseará sin duda preservar en sus traducciones y paráfrasis. No obstante, también el lexicógrafo está dispuesto a considerar sinónimas formas que difieren perceptiblemente en cuanto a asociaciones imaginativas y a valor poético;<sup>4</sup> pero el sentido óptimo de sinonimia para los objetivos del lexicógrafo es probablemente más estrecho que la sinonimia en el sentido cognitivo

---

4. Cfr. *supra*, p. 59.

antes supuesto. Sea de ello lo que fuere, no puede haber sin embargo duda de que los resultados negativos del estudio anterior pasan sin más a éste; el lexicógrafo no puede dar a *b*) una respuesta con *veritate*. La intercambiabilidad que busca el lexicógrafo en la sinonimia no puede en efecto limitarse a asegurar que enunciados verdaderos van a seguir siendo verdaderos después del intercambio o sustitución, y que los enunciados falsos van a seguir siéndolo, una vez sustituido sinónimo por sinónimo; esa intercambiabilidad tiene que garantizar además que unos enunciados se convierten en otros que, como totalidades, son sinónimos de un cierto determinado modo.

Esta última observación no es precisamente muy recomendable como definición, pues es circular: las formas son sinónimas, dice, cuando su intercambio hace que sus contextos sean sinónimos. Pero tiene al menos la virtud de sugerir que la sustitución no es el punto principal de esta problemática y que lo que ante todo necesitamos es alguna noción de sinonimia aplicable a segmentos largos del discurso. La sugestión es oportuna, pues, independientemente de las consideraciones anteriores, pueden aducirse tres razones en favor de una vía de aproximación al problema de la sinonimia desde el punto de vista de esos segmentos largos del discurso.

En primer lugar, cualquier criterio de intercambiabilidad para la sinonimia de formas cortas quedaría obviamente limitado a la sinonimia dentro de un solo lenguaje; aplicada a varios lenguajes, el intercambio de formas cortas produciría políglotas rompecabezas. La sinonimia *interlingüística* tiene que ser primariamente una relación entre segmentos de discurso que sean lo suficientemente largos como para merecer consideración incluso aparte de cualquier peculiar contexto de un lenguaje determinado o del otro en relación. Digo "primariamente" porque la sinonimia interlingüística puede también definirse para las formas breves componentes de algún modo derivativo y *a posteriori*.

En segundo lugar, la reducción de la atención a segmentos de cierta longitud tiende a obviar la dificultad de la ambigüedad o de la homonimia. La homonimia produce una anomalía contraria a la ley según la cual si *a* es sinónimo de *b* y *b* de *c*, *a* es sinónimo de *c*. Pues si *b* tiene dos significaciones (por parafrasear la homonimia según la ordinaria terminología que habla de significaciones), *a* puede ser sinónimo de *b* en uno de los sentidos de *b*, y *b* de *c* en otro de los sentidos de *b*. Esta dificultad se elude a veces por el procedimiento de tratar la forma ambigua como si fueran dos formas, pero este expediente tiene la desventaja de hacer que el concepto de forma resulte dependiente del de sinonimia.

En tercer lugar, hay que contar la circunstancia de que al glosar una palabra tenemos que contentarnos muy frecuentemente con un sinónimo parcial e insatisfactorio al que añadimos unas cuantas indicaciones acerca del nivel lexicográfico. Así al glosar 'etílica' decimos: 'de etilo' y añadimos: 'dícese del alcohol correspondiente, de la embriaguez', etc. Esta común circunstancia refleja el hecho de que la sinonimia en lo pequeño — en las formas cortas — no es la tarea primaria del lexicógrafo; sinónimos parciales más orientaciones lexicográficas son expedientes suficientemente satisfactorios en la medida en que facilitan su tarea primaria, que consiste en explicar cómo se traducen o parafrasean discursos largos. Podemos seguir caracterizando globalmente el dominio del lexicógrafo llamándolo sinonimia, pero entre segmentos de discurso de suficiente longitud.

Podemos pues considerar que, en última instancia, lo que interesa al lexicógrafo es catalogar pares sinónimos que son secuencias de longitud suficiente como para admitir sinonimia en alguna versión del sentido primario de la misma. Es natural que no pueda catalogar directamente esos pares verdaderamente sinónimos de un modo exhaustivo, pues son ilimitados en número y en variedad. Su situación es paralela de la del gramático, el cual, por la misma razón, era incapaz

de catalogar directamente las secuencias significantes. El gramático alcanzaba su objetivo indirectamente, fijando una clase de unidades atómicas susceptibles de enumeración y proponiendo luego reglas para componerlas y obtener todas las secuencias significantes. Análogamente, el lexicógrafo alcanza su objetivo indirectamente, el objetivo de especificar los pares, infinitamente numerosos, de genuinos sinónimos largos; y lo hace por el procedimiento de fijar una clase de formas cortas susceptibles de enumeración y explicando luego, del modo más sistemático posible, cómo pueden construirse sinónimos genuinos para todas las formas suficientemente largas compuestas de aquellas cortas. Estas formas cortas son en realidad los artículos de su glosario que son simples palabras, y la explicación del modo de construir sinónimos genuinos de todos los compuestos suficientemente largos son las frases que se presentan como glosas en su diccionario o glosario: en el caso típico, una mezcla de cuasi-sinónimos y de orientaciones acerca del nivel lexicográfico.

Así pues, la real actividad del lexicógrafo, ese glosar formas cortas apelando a cuasi-sinonimias y a orientaciones sobre el nivel lexicográfico, no contradice el hecho de que su verdadera tarea sea pura y simplemente el establecimiento de sinonimia genuina respecto de las formas que son lo suficientemente largas como para presentarla o poder presentarla. Esa actividad, o alguna parecida, es en efecto el único procedimiento posible para catalogar la ilimitada clase de pares de formas largas genuinamente sinónimas.

Acabo de aprovechar un paralelismo existente entre la reconstrucción indirecta de la ilimitada clase de las secuencias significantes, operada por el gramático, y la reconstrucción indirecta de la ilimitada clase de genuinos pares sinónimos realizada por el lexicógrafo. Este paralelismo contiene aún más materia aprovechable. Manifiesta en efecto que la reconstrucción de la clase de los pares sinónimos por el lexicógrafo es exactamente tan formal, en cuanto a su espíritu, como la reconstrucción de la clase de las secuencias

significantes por el gramático. Por tanto, el deshonesto uso de la palabra 'formal' para favorecer al gramático contra el lexicógrafo induce a error. Tanto el lexicógrafo como el gramático se dedicarían a relacionar directamente los miembros de las clases que respectivamente les interesan, si no fuera por la vastedad, incluso infinitud, de los números correspondientes. Por otro lado, igual que el gramático necesita una previa noción de secuencia significativa para plantear su mismo problema y presidir su trabajo, así también necesita el lexicógrafo una previa noción de sinonimia para plantear el suyo. En el planteamiento mismo de sus problemas, el gramático y el lexicógrafo heredan exactamente igual la vieja noción de significación.

Las anteriores reflexiones muestran claramente que la noción de sinonimia que se necesita para formular el problema del lexicógrafo es sólo la de sinonimia entre secuencias de la suficiente longitud como para que sea posible precisar claramente sus conexiones de sinonimia. Pero para concluir este punto deseo subrayar lo turbador que es el problema que cuelga, el de la sinonimia, incluso cuando se trata de una sinonimia claramente delimitada y de encomiable comportamiento.

## 5

Se supone vagamente que la sinonimia de dos formas consiste en una igualdad aproximativa de las situaciones evocadas por las dos formas y en una igualdad aproximativa de los efectos producidos por una y otra en el oyente. Olvidemos por ahora, en bien de la simplicidad, esta segunda exigencia, y concentremos la atención sobre la primera, la igualdad de situaciones. Todo lo que voy a decir a partir de este momento será tan vago — si no peor —, que esta concreta imprecisión no importará gran cosa.

Todo el mundo notará en seguida que no hay dos situa-

ciones que sean exactamente iguales; en miles y miles de casos se usa la misma forma en situaciones que son diversas. Lo que importa es la igualdad en *respectos relevantes*. Si se considera el punto de un modo suficientemente supersimplificado, el problema de hallar respectos relevantes es un típico problema científico-empírico. Observemos, por ejemplo, a una persona que habla el kalaba — por adoptar el mito de Pike — y busquemos correlaciones, o supuestas conexiones causales, entre los ruidos que hace y las demás cosas que observamos. Como en cualquier investigación empírica de correlaciones, las llamadas conexiones causales, conjeturamos la relevancia de uno u otro rasgo de lo observado e intentamos luego confirmar o refutar la conjetura o hipótesis mediante ulterior observación o incluso mediante experimento. En la práctica, esas conjeturas están facilitadas en lexicografía por nuestra natural familiaridad con las líneas básicas del interés humano. Por último, hallada satisfactoria evidencia empírica para correlacionar una determinada secuencia de sonidos kalaba con una dada combinación de circunstancias, conjeturamos la sinonimia de aquella secuencia de sonidos con otra, por ejemplo, castellana, que está en correlación con las mismas circunstancias.

Como ya he indicado explícitamente — sin que fuera muy necesario hacerlo — esa descripción está más que simplificada. Ahora deseo subrayar un respecto de importancia en el que la simplificación es extremada: los rasgos relevantes de la situación asociada a un determinado uso lingüístico kalaba están en gran parte ocultos en la persona del locutor, en la que fueron implantados por su anterior medio externo. Este hecho es en parte benéfico y en parte perjudicial para nuestros propósitos. Es favorable en la medida en que elimina la habituación lingüística estrictamente subjetiva del locutor. Si pudiéramos sentar la tesis de que nuestro locutor kalaba y nuestro locutor castellano, si se les observa en la misma situación externa, no difieren más que en cómo dicen las cosas, y no en *lo que* dicen — por así expresarnos —, la

metodología de la determinación de sinonimias sería llana y sin problemas graves; en este caso, en efecto, la parte lingüística más estrecha o subjetiva del complejo lingüístico, diversa para los dos locutores, quedaría cómodamente eliminada, mientras que las partes del complejo causal que son decisivas para cuestiones de sinonimia o heteronimia quedarían abiertas y manifiestas ante la observación. La dificultad es, naturalmente, que los hábitos lingüísticos de vocabulario y sintaxis de orden individual no son precisamente los únicos elementos que nuestros locutores traen de su desconocido pasado.

La dificultad no consiste estrictamente en que esas componentes subjetivas de la situación sean difíciles de descubrir. Si esta dificultad fuera la única, aunque daría lugar a incertidumbre y a frecuentes errores en concretos dictámenes lexicográficos, sería irrelevante para el problema de una definición teórica de la sinonimia — irrelevante, esto es, para el problema de formular coherentemente la tarea del lexicógrafo —. Desde el punto de vista teórico, la dificultad más importante consiste en que, como han subrayado Cassirer y Whorf, no hay en principio una clara separación entre el lenguaje y el resto del mundo, al menos en tanto que mundo concebido por el locutor. En la mayoría de los casos, diferencias básicas en el lenguaje están ligadas a diferencias en el modo según el cual los respectivos locutores articulan el mundo mismo en cosas y propiedades, tiempo y espacio, elementos, fuerzas, espíritus, etc. Ni siquiera en principio está claro que tenga sentido pensar que las palabras y la sintaxis varían de lenguaje a lenguaje mientras el contexto permanece fijo; pero precisamente esta ficción está supuesta al hablar de sinonimia, por lo menos cuando se trata de sinonimia entre expresiones de lenguajes radicalmente diversos.

Pero hay un hecho que suministra al lexicógrafo una vía de ataque a su problema: el hecho de que hay varios rasgos básicos de procedimientos humanos de concepción del ambiente externo y de análisis del mundo en cosas que

son comunes a todas las culturas. Todo hombre verá seguramente una manzana, o el fruto del árbol del pan, o un conejo ante todo y primariamente como una unidad más que como un acúmulo de unidades menores o como un fragmento de un medio mayor, aunque desde puntos de vista sofisticados pueden sostenerse cualquiera de estas dos otras actitudes. Todo hombre tenderá a separar, como una unidad, una masa de materia en movimiento del fondo estático sobre el cual se mueva, y a prestar a aquélla particular atención. Hay espectaculares fenómenos atmosféricos cuya cobertura conceptual puede suponerse básicamente la misma en cualquier hombre; y acaso ocurra lo mismo con algunos estados internos básicos, como el hambre. Si aceptamos este acervo presumiblemente común de la conceptualización, podemos pasar con éxito a trabajar sobre la hipótesis de trabajo de que nuestro kalaba-parlante y nuestro castellano-parlante, observados en situaciones externas semejantes, no difieren más que en cómo dicen las cosas, y no en lo que dicen.

La naturaleza de esta vía de ataque a un léxico extraño robustece la errónea concepción de la significación como referencia, puesto que a ese nivel de la investigación las palabras se construyen típicamente mediante una indicación material del objeto aludido. Por eso no será inútil recordar que significación no es referencia, tampoco en este caso. El *relatum* puede ser el lucero de la tarde, por volver al ejemplo de Frege, y por tanto también el lucero del alba, que es la misma cosa; pero, a pesar de ello, 'lucero de la tarde' será una buena traducción de la expresión kalaba, y 'lucero del alba' será una traducción muy mala.

He indicado que los primeros actos de nuestro lexicógrafo al ir estableciendo cierto inicial vocabulario kalaba son básicamente un aprovechamiento de la superposición de nuestras culturas. A partir de este núcleo, el lexicógrafo trabaja hacia la periferia, más falible y conjeturalmente, siguiendo pistas y obedeciendo a intuiciones. Empieza pues con un acervo de correlaciones entre enunciados kalaba y enuncia-

dos castellanos al nivel en el cual ambas culturas se encuentran y se superponen en coincidencia. La mayoría de esas sentencias clasifican objetos de obvia identificación. Luego el lexicógrafo descompone esos enunciados kalaba en componentes menores, y hace conjeturales traducciones de esos elementos al castellano, traducciones que sean compatibles con sus traducciones iniciales de enunciados completos. Sobre esta base elabora hipótesis acerca de las posibles traducciones castellanas de nuevas combinaciones de aquellos elementos kalaba — combinaciones que, en cuanto totalidades, no han sido directamente traducidas al castellano —. Verifica esas hipótesis lo mejor que pueda por el procedimiento de hacer ulteriores observaciones y sorprender posibles conflictos. Pero a medida que los enunciados que se someten a traducción se alejan de la mera relación de observaciones comunes, va disminuyendo la claridad y la posibilidad de conflicto; el lexicógrafo va dependiendo cada vez más de una proyección de sí mismo con su *Weltanschauung* indoeuropea, y acaba por introducir subrepticamente ésta en las sandalias de su interlocutor kalaba. Y así llega a apelar cada vez con más insistencia a ese último refugio de todo científico que es el recurso a la sencillez interna de su creciente sistema.

Evidentemente, el léxico terminado es un caso *ex pede Herculem*. Pero hay una diferencia. Al proyectar a Hércules desde el pedestal nos arriesgamos a un error, pero puede consolarnos el hecho de que aún hay alguna posibilidad de errar o acertar sobre algo. En el caso del léxico y mientras no haya alguna definición de sinonimia, no hay siquiera problema formulado: no hay nada en lo cual podamos decir que el lexicógrafo ha acertado o ha errado.

Muy posiblemente la noción más fructífera de sinonimia será una de grado: no la relación diádica “*a* es sinónimo de *b*”, sino la tetrádica “*a* es más sinónimo de *b* que *c* de *d*”. Pero clasificar una noción como cosa de grado no es precisamente explicarla; podemos seguir deseando un criterio,

o una definición al menos, para nuestra relación tetrádica. La mayor dificultad que hay que superar en la búsqueda de una definición, trátase de una relación diádica de sinonimia absoluta o de una relación tetrádica de sinonimia comparativa, es la de ponernos en claro acerca de qué es exactamente lo que intentamos hacer cuando traducimos un enunciado kalaba que no es mera relación de rasgos de la situación externa que sean segura y directamente observables.

La otra rama del problema de la significación, a saber, el problema de definir una secuencia significativa, nos llevó a un condicional contrafactual: una secuencia significativa es una secuencia que *podría* usarse sin provocar tales y cuales reacciones. Insistí en que el contenido operativo de ese 'podría' es incompleto y da pie a ulteriores y suplementarias delimitaciones de la teoría gramatical sobre la base de consideraciones de simplicidad. Pero estamos bien preparados para tomar posiciones concretas ante condicionales contrafactuales. En el caso de la sinonimia es aún más considerable la tiranía del proceso de desarrollo del sistema, con su escasez de explícitos controles objetivos.

## IV

### IDENTIDAD, OSTENSIÓN E HIPÓSTASIS

#### 1

La identidad es conocida fuente de perplejidad filosófica. Sometido, como estoy, al cambio, ¿cómo puede decirse que siga siendo yo mismo? Considerando que con un ritmo de pocos años se produce una sustitución completa de mi sustancia material, ¿cómo puede decirse que siga yo siendo yo mismo más allá de los límites de ese período —y aun esto en el mejor de los casos?

Sería agradable dejarse llevar por esas u otras consideraciones a creer en un alma inmutable, y por tanto inmortal, como vehículo de mi persistente autoidentidad. Pero seguramente no seríamos fácilmente llevados a abrazar semejante solución para el paralelo problema heracliteo que se refiere a un río: “No podemos bañarnos dos veces en el mismo río, porque siempre fluyen aguas nuevas sobre nosotros”.

La solución del problema de Heráclito, aunque es familiar, proporcionará una vía conveniente de aproximación a temas menos habituales. La verdad es que *podemos* bañarnos dos veces en el mismo río, pero no en el mismo estado del río. Podemos bañarnos en dos estados del río que son estados del mismo río, y a esto llamamos bañarnos dos veces en el mismo río. Un río es un proceso a través del tiempo, y los estados del río son partes momentáneas de ese proceso. La identificación del río en que nos hemos bañado una vez con el río en que nos hemos bañado la segunda vez es precisamente lo que hace que nuestro tema sea el proceso de un río, y no el estado de un río.

Permítaseme hablar de una multiplicidad de moléculas de agua como de *un agua*. El estado de un río es al mismo tiempo el estado de un agua, pero dos estados de un mismo río no son en general estados de la misma agua. Los estados de río son estados de agua, pero los ríos no son aguas. Podemos bañarnos dos veces en el mismo río sin bañarnos dos veces en la misma agua, y, en esta época de rápidas comunicaciones, podemos bañarnos dos veces en la misma agua bañándonos así en dos ríos diferentes.

Empecemos — lo que es un poco imaginario — con cosas momentáneas y con su interrelación. Una de esas cosas momentáneas, llamada *a*, es un estado momentáneo del río Caistro, en Lidia, hacia el 400 antes de J. C. Otra, llamada *b*, es un estado momentáneo del río Caistro dos días más tarde. Una tercera, llamada *c*, es un estado momentáneo, aquel mismo día, de la misma multiplicidad de moléculas de agua que estaban en el río en el momento *a*. La mitad de *c* se encuentra en el curso bajo del Caistro, y la otra mitad se encuentra en difusos puntos del mar Egeo. Así pues, *a*, *b* y *c* son tres objetos entre los que median diversas relaciones. Podemos decir que *a* y *b* están en relación de parentesco fluvial, y que *a* y *c* están en relación de parentesco acuático.

La introducción de ríos como entidades individuales, esto es, como procesos, como objetos que consumen tiempo, consiste sustancialmente en leer identidad donde decíamos parentesco fluvial. Pero sería sin duda erróneo decir que *a* y *b* son idénticos; sólo son fluvialmente emparentados. Mas si deseamos señalar *a* y esperar luego los dos días y señalar *b* y afirmar la identidad de los objetos indicados, lo que consiguientemente hacemos es mostrar que la intención de nuestra indicación no era relativa a dos estados emparentados del río, sino a un único río que incluye los dos estados. La imputación de identidad es pues aquí esencial para fijar la referencia de la ostensión (indicación) practicada.

Estas reflexiones son una reminiscencia de la explicación de nuestra idea de los objetos externos por Hume. La teoría

de Hume era que la idea de objetos externos nace de un error de identificación por el cual tratamos como idénticas varias impresiones semejantes separadas en el tiempo; luego, para resolver esa contradicción que consiste en identificar acaeceres momentáneos que están separados en el tiempo, inventamos un nuevo objeto no-momentáneo que debe servirnos como materia de nuestra afirmación de identidad. La acusación de Hume — identificación errónea — es aquí interesante como conjetura psicológica acerca de los orígenes del tema, pero no nos es necesario cargar con esa conjetura. Lo que realmente importa observar es la conexión directa que existe entre la identidad y la afirmación de procesos, objetos extensos en el tiempo. Hablar de identidad en vez de parentesco fluvial es hablar del río Caistro en vez de *a* y *b*.

La indicación es por sí misma ambigua en cuanto al alcance temporal del objeto indicado. Incluso en el caso de que el objeto indicado sea un proceso de considerable duración, y por tanto una sumación de objetos momentáneos, la indicación no nos dice *qué* suma de objetos momentáneos es la indicada — sino sólo que el momentáneo objeto en presencia debe incluirse en la sumación deseada. El acto de indicar *a*, si se construye como referente a un proceso extenso en el tiempo y no meramente al momentáneo objeto *a*, puede ser interpretado como referente al río Caistro, del que *a* y *b* son estados, o como referente al agua de la que *a* y *b* son estados, o como referente a una cualquiera de entre otras varias sumaciones, sin duda menos naturales, a las que *a* pertenece también.

Esa ambigüedad se resuelve comúnmente acompañando el acto de indicación con palabras como 'este río', es decir, apelando a un previo concepto de río como tipo distintivo de proceso que consume tiempo, como forma distintiva de sumación de objetos momentáneos. El acto de indicar *a* al mismo tiempo que se dice 'este río' — o, más bien, ἴδε ἢ ποταμός, puesto que estamos en el año 400 a. J. C. — no deja

ya ambigüedad en cuanto al objeto de referencia, siempre que la palabra 'río' sea ya previamente inteligible. 'Este río' significa 'la fluvial sumación de objetos momentáneos que contiene este objeto momentáneo'.

Pero con esto hemos rebasado la pura ostensión y hemos asumido ya conceptuación. Supongamos ahora que el término general 'río' no es aún entendido, de tal modo que no podemos especificar el Caistro mediante indicación y diciendo al mismo tiempo 'Este río es el Caistro'. Supongamos también que carecemos de otros expedientes descriptivos. Lo que entonces podemos hacer es indicar *a* y, dos días más tarde, *b*, y decir cada vez: 'Este es el Caistro'. La palabra 'éste' así usada tiene que haberse referido no a *a* ni a *b*, sino, más allá de ambas, a algo más extenso e idéntico en los dos casos. Nuestra especificación del Caistro no es sin embargo única, porque habríamos podido pensar en una amplia variedad de otras colecciones de objetos momentáneos, referidos unos a otros de modos diversos del de parentesco fluvial; todo lo que sabemos es que *a* y *b* se encuentran entre sus componentes constitutivas. Indicando ulteriormente más estados adicionales a *a* y *b* podemos sin embargo ir eliminando cada vez más alternativas, hasta que nuestro oyente, ayudado por su propia tendencia a favorecer los agrupamientos más naturales, haya conseguido la idea del Caistro. Su aprendizaje de esta idea es una inducción: partiendo de nuestra agrupación de ejemplos de objetos momentáneos *a*, *b*, *d*, *g*, y otros bajo el rótulo de Caistro, nuestro oyente proyecta una hipótesis general correcta respecto a los demás objetos momentáneos que estaríamos también dispuestos a incluir bajo el mismo rótulo.

En realidad, en el caso del Caistro se presenta también el problema de su extensión en el espacio igual que en el tiempo. Nuestras indicaciones deben hacerse no sólo en varios puntos río abajo y río arriba, si es que queremos dar a nuestro oyente y observador una base representativa para

su generalización inductiva sobre el ámbito espacio-temporal del objeto cuatri-dimensional Caistro.

La dimensión espacial no es completamente separable de la temporal en la ostensión, pues las sucesivas ostensiones que suministran muestras en el sentido de la dimensión espacial consumen necesariamente tiempo. La inseparabilidad de espacio y tiempo, característica de la teoría de la relatividad, queda anticipada, aunque sólo sea superficialmente, por esta simple situación de la ostensión.

Así pues, se ve que el concepto de identidad desempeña una función central en la especificación de objetos extensos espacio-temporalmente por medio de la ostensión. Sin identidad,  $n$  actos de ostensión no pasan de especificar  $n$  objetos, cada uno de ellos de dimensiones espacio-temporales sin especificar. Pero cuando afirmamos la identidad de un objeto de ostensión a ostensión, hacemos que nuestras  $n$  ostensiones se refieran al mismo objeto extenso, y así proporcionamos a nuestro observador y oyente un fundamento inductivo a partir del cual puede apreciar el alcance de aquel objeto según la intención. La ostensión pura más la identificación, con la ayuda de alguna inducción, comunican dimensionalidad espacio-temporal.

## 2

Hay un parecido evidente entre lo que hemos observado hasta este momento y la explicación ostensiva de los términos *generales*, tales como 'rojo' o 'río'. Cuando indico o señalo en una dirección en la que hay rojo visible y digo 'Esto es rojo' y repito el acto en varios lugares durante algún tiempo, suministro una base inductiva para apreciar el alcance intencional del atributo rojez. No parece haber más diferencia que la que consiste en que el alcance o dimensión aquí considerado es conceptual, es generalidad, más bien que dimensión espacio-temporal.

Pero ¿es ésa una verdadera diferencia? Traslademos nues-

tro punto de vista lo suficientemente como para pensar la palabra 'rojo' en completa analogía con 'Caistro'. Al señalar y decir 'Este es el Caistro' en varios tiempos y en varios lugares mejoramos progresivamente la comprensión de nuestro observador acerca de las porciones del espacio-tiempo a que nos referimos mediante nuestra palabra 'Caistro' y que suponemos cubiertas por ésta; y al señalar y decir 'Esto es rojo' en varios lugares y tiempos mejoramos progresivamente la comprensión de nuestro observador acerca de las porciones del espacio-tiempo a que nos referimos mediante la palabra 'rojo' y que suponemos cubiertas por ésta. Cierto que las regiones a que se aplica 'rojo' no se encuentran en continuidad las unas con las otras, como aquellas a que se aplica 'Caistro', pero éste es seguramente un detalle irrelevante; no hay duda de que si se opone 'rojo' a 'Caistro' como lo abstracto a lo concreto no es a causa de esa discontinuidad de la forma geométrica. El territorio de los Estados Unidos, incluyendo a Alaska, es discontinuo, pero de todos modos es un objeto concreto; y así también lo es una *suite* de habitaciones, o una baraja revuelta. En realidad, todo objeto físico no sub-atómico está hecho, según la física, de partes espacialmente separadas. ¿Por qué no considerar entonces a 'rojo' al mismo nivel que 'Caistro', esto es, como nombre de un simple objeto concreto extenso en el espacio y en el tiempo? Desde este punto de vista, decir que un determinado disco es rojo es afirmar una simple relación espacio-temporal entre dos objetos concretos; el uno, el disco, es una parte espacio-temporal del otro, el rojo, igual que una determinada cascada es una parte espacio-temporal del Caistro. Antes de considerar por qué se hunde ese intento de establecer una equiparación general de universales y particulares, deseo retroceder a examinar con más detalle el fundamento sobre el cual nos hemos estado moviendo. Hemos visto cómo se combinan la identidad y la ostensión en la conceptualización de objetos extensos, pero no nos hemos preguntado por qué se produce esa combinación. ¿Cuál es el

valor decisivo de esa práctica, que le confiere su supervivencia? La identidad es más conveniente que el parentesco fluvial o que otras relaciones, a causa de que con ella no es necesario tomar los objetos relacionados como una multiplicidad. Si lo que deseamos decir acerca del río Caistro no implica distinciones entre estados momentáneos *a*, *b*, etc., ganamos en simplicidad formal de nuestro tema por el procedimiento de representarlo como un objeto simple, el Caistro, en vez de como una multiplicidad de objetos, *a*, *b*, etcétera, relacionados por familiaridad fluvial. El expediente es una aplicación de la navaja de Occam de un modo local o relativo: las entidades *a* que refiere un determinado discurso pasan de ser varias, *a*, *b*, etc., a ser una, el Caistro. Nótese, empero, que desde un punto de vista general o absoluto el expediente es precisamente lo contrario del de la navaja de Occam, pues las múltiples entidades *a*, *b*, etc., no han sido eliminadas del universo; lo único que hemos hecho desde ese punto de vista general o absoluto ha sido añadirles encima el Caistro. Hay contextos en los cuales seguiremos necesitando hablar diferencialmente de *a*, *b* y otros objetos, en vez de hablar indiscriminadamente del Caistro. Pero el Caistro es de todos modos una adición conveniente a nuestra ontología, a causa de los contextos en los que efectivamente da lugar a una economía.

Considérese, más en general, un discurso acerca de objetos momentáneos todos los cuales resultan ser estados fluviales, pero sin pleno parentesco fluvial. Si en ese particular discurso resulta que todo lo que se afirma de cualquier objeto momentáneo se afirma también de todo otro que esté fluvialmente emparentado con él, de tal modo que no resulten relevantes las distinciones entre estados de un mismo río, entonces está claro que podemos ganar simplicidad por el procedimiento de representar nuestro tema como comprensivo de una pluralidad de ríos, más que de una pluralidad de estados fluviales. Sigue sin duda habiendo diversidad en cuanto a nuestros nuevos objetos — los ríos —, pero no

diversidades que rebasen las necesidades del discurso que nos ocupa.

Hasta este momento he estado hablando de integración de objetos momentáneos en totalidades que consumen tiempo, pero estará claro que observaciones análogas puede aplicarse a la integración de localidades individualmente señalables en totalidades espacialmente extensas. Cuando lo que queremos decir acerca de ciertas amplias superficies no se refiere a distinciones entre sus partes, simplificamos nuestro discurso por el procedimiento de hacer los objetos tan escasos en número y tan grandes como podamos, tomando, en pocas palabras, las varias amplias superficies como otros tantos objetos singulares.

Observaciones análogas valen, y en modo eminente, para la integración conceptual, esto es, la integración de individuos en un universal. Supongamos un discurso de estados de personas, y supongamos que cualquier cosa que se diga acerca de un estado personal en este discurso se aplica igualmente a todos los estados personales que pueden incluirse en una misma situación de ingreso monetario. Nuestro discurso se simplifica modificando su tema, esto es, haciendo que éste deje de ser el tema estados personales para pasar a ser el tema grupos de ingreso o renta. Así se eliminan del tema distinciones que son irrelevantes para el discurso en cuestión.

En general, podemos proponer esta máxima de *identificación de los indiscernibles*: los objetos que son indistinguibles unos de otros en términos de un discurso dado deben construirse como idénticos para ese discurso. Más precisamente: la referencia a los objetos originales debe sustituirse — para los fines del discurso en cuestión — por una reconstrucción que refiera a otros objetos, menos en número, y de tal modo que los originales indistinguibles den lugar en cada caso a un único objeto nuevo (y al mismo).

Un ejemplo contundente de la aplicación de esta máxima se encuentra en el cálculo comúnmente llamado pro-

posicional o de proposiciones.<sup>1</sup> Para empezar, sigamos la orientación de parte de la literatura moderna concibiendo las 'p', 'q', etc., de este cálculo como referentes a conceptos proposicionales, cualesquiera que éstos sean. Sabemos, empero, que conceptos proposicionales iguales en cuanto a valor veritativo son indistinguibles en los términos del cálculo proposicional, o sea, son intercambiables siempre que se trate de expresiones de dicho cálculo. Por ello, el canon de identificación de indiscernibles nos lleva a reconstruir 'p', 'q', etc., como meramente referentes a valores veritativos — lo cual, como es sabido, es la interpretación de este cálculo por Frege.

Por mi parte, prefiero concebir las 'p', 'q', etc., del cálculo proposicional como letras esquemáticas que ocupan el lugar de enunciados, pero que no refieren absolutamente a nada. No obstante, si hay que tratarlas como objetos referentes a algo, la máxima cumple su cometido.

Nuestra máxima de identificación de indiscernibles es relativa a un discurso, y, por tanto, vaga en la medida en que es vaga la distinción entre discursos. La máxima se aplica del modo más llano y limpio cuando el discurso está por su parte limpiamente cerrado y definido, como es el caso del cálculo proposicional; pero en general el discurso se articula o subdivide él mismo en mayor o menor grado, y este grado será el que determine si y en qué medida puede resultar conveniente apelar a la máxima de la identificación de los indiscernibles.

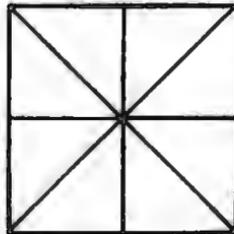
## 3

Volvamos ahora a nuestras reflexiones acerca de la naturaleza de los universales. Ya antes hemos representado esta categoría mediante el ejemplo 'rojo', y hallamos que este ejemplo puede ser tratado como un individuo ordinario, es-

1. Cfr. *infra*, pp. 159-166.

pacio-temporalmente extenso, igual que Caistro. El rojo resultó ser la mayor cosa roja del universo — la cosa total y fraccionada cuyas partes son todas las cosas rojas. Análogamente, en el reciente ejemplo de los grupos de renta o ingresos, cada grupo puede concebirse simplemente como la cosa espacio-temporal total y fraccionada que consta de determinados estados personales, esto es, de varios estados de varias personas. Un grupo de renta es tan concreto como un río o una persona e, igual que una persona, es una sumación de estados personales. No difiere de una persona más que en que los estados personales que se reúnen para constituir un grupo de renta son una selección diversa de la de los estados que se reúnen para componer una persona. Los grupos de renta están referidos a personas de un modo muy parecido a como las aguas están referidas a ríos; pues se recordará que el objeto momentáneo *a* era parte — de un modo temporal — de un río y de un agua, mientras que *b* era parte del mismo río, pero no de la misma agua, y *c* era parte de la misma agua, pero no del mismo río. Hasta el momento, por tanto, la distinción entre integración espacio-temporal e integración conceptual resulta injustificada; todo es integración espacio-temporal.

Pasemos ahora a un ejemplo más artificial. Supongamos que nuestro objeto de estudio consiste en todas las regiones convexas perceptibles, sean anchas o estrechas, de la siguiente figura.



Esas regiones son 33. Supongamos que queremos establecer un discurso acerca de cuáles de esas partes semejantes

son geoméricamente intercambiables. Nuestra máxima de identificación de los indiscernibles nos lleva entonces a hablar, para los fines de nuestro discurso, no de parecido en general, sino de identidad; por ejemplo, no diremos que  $x$  e  $y$  son parecidas, sino que  $x = y$ . Esto quiere decir que habremos reconstruido los objetos  $x$  e  $y$  considerándolos ahora formas geométricas, y no regiones. La multiplicidad del objeto de estudio baja entonces de 33 a 5: el triángulo rectángulo isósceles, el cuadrado, el rectángulo de lados 2 : 1 y dos formas trapezoidales.

Cada uno de esos cinco es un universal. E igual que hemos reconstruido el color rojo como la cosa total espacio-temporal constituida por todas las cosas rojas, podemos suponer ahora que construimos la forma cuadrado como la región total constituida por las cinco regiones cuadradas. Supongamos también que construimos la forma triángulo rectángulo isósceles como la región total conseguida mediante la asociación de las 16 regiones triangulares. Análogamente, supongamos que construimos la forma rectángulo de lados 2 : 1 como la región total conseguida por la asociación de las cuatro regiones rectangulares de lados 2 : 1; y del mismo modo para las formas trapezoidales. Está claro que este sistema da un resultado confuso, pues nuestras cinco formas se reducen a una sola, la región total. La asociación de todas las regiones triangulares da simplemente la región total cuadrada; la asociación de todas las regiones cuadradas da el mismo resultado; y análogamente para las otras tres formas. Así terminaríamos con la identidad de las cinco formas, lo cual es inadmisibile.

Con ello, la teoría de los universales como objetos concretos, teoría que resultó cumplir su cometido para el rojo, fracasa como teoría general.<sup>2</sup> Podemos imaginar que los universales en general, como entidades, se han introducido en nuestra ontología del modo siguiente. Primero adquirimos

---

2. Cfr. GOODMAN, pp. 46-51.

el hábito de introducir cosas concretas espacio-temporalmente extensas, según el esquema antes considerado. El rojo entró así en nuestra ontología junto con Caistro y los demás objetos, como una cosa concreta. Luego, triángulo, cuadrado y otros universales fueron introducidos de contrabando sobre la base de una falsa analogía con rojo y los de su género.

Volvamos ahora a la teoría de los objetos externos de Hume y desarrollémosla un paso más a título de mero deporte filosófico, sin suponer que tenga un alcance psicológico o antropológico importante en nuestras reflexiones. Según Hume, las impresiones momentáneas se identifican indebidamente las unas con las otras sobre la base del parecido. Luego, para resolver la paradoja de la identidad de entidades temporalmente dispares, inventamos la noción de objetos que consumen tiempo, y hacemos de ellos los objetos de la identidad. Del mismo modo podemos suponer que se introduce la extensión espacial misma, más allá de lo momentáneamente dado en una impresión. La entidad rojo, llámesela universal o particular disperso, al gusto de cada cual, puede considerarse como introducida en nuestra ontología por el mismo proceso (aunque al hacerlo así estamos ya más allá de Hume). Impresiones rojas momentáneas y localizadas se identifican las unas con las otras y luego se apela a una entidad singular llamada rojo para que sea vehículo de esas identidades, que de otro modo son insostenibles. Análogamente por lo que hace a la entidad triángulo y a la entidad cuadrado. Las impresiones cuadradas se identifican unas con otras y luego se introduce la particular entidad cuadrado como vehículo de la identidad; y lo mismo para el triángulo.

Hasta este punto, no se observa ninguna diferencia entre la introducción de particulares y la de universales. Pero retrospectivamente tenemos que reconocer una diferencia. Si el cuadrado y el triángulo se refirieran a los cuadrados y triángulos particulares y originales del mismo modo que los objetos concretos se refieren a sus estados momentáneos y a sus fragmentos espaciales, entonces cuadrado y triángulo re-

saltarían ser idénticos entre sí, como se observó antes con nuestro pequeño y artificial universo de regiones.

Así llegamos pues a reconocer dos tipos de asociación: la de las partes concretas en el todo concreto y la de instancias concretas en un universal abstracto. Llegamos pues a reconocer una divergencia entre dos sentidos de 'es': 'Este es el Caistro' y 'Esto es cuadrado' respectivamente.

## 4

Interrumpamos nuestro desarrollo de psicología especulativa y volvamos a nuestro análisis de la ostensión de objetos espacio-temporalmente extensos, para ver en qué medida difiere de lo que podría llamarse ostensión de universales irreductibles, como cuadrado o triángulo. En la explicación ostensiva del Caistro, señalamos *a*, *b* y otros estados y decimos cada vez: 'Este es el Caistro', entendiéndose de una ocasión a otra la identidad del objeto indicado. Al explicar ostensivamente 'cuadrado' señalamos varios objetos particulares y decimos cada vez 'Esto es cuadrado' *sin* imputar la identidad de los objetos señalados de una ocasión a otra. Todos esos actos de indicación dan a nuestro observador y oyente la base para una inducción razonable respecto a lo que en general queremos señalar como cuadrado, igual que los otros actos de indicación le daban la base para una inducción razonable respecto de lo que queríamos indicar como Caistro. La única diferencia entre los dos casos es que en el uno se supone que el objeto señalado es idéntico, mientras que en el otro caso no se hace esta suposición. En el segundo caso, en efecto, lo que se supone idéntico de un acto de indicación a otro no es el objeto indicado, sino, en el mejor de los casos, un atributo, cuadraticidad, *incorporado al* objeto indicado.

Hasta este momento no es realmente necesario suponer entidades tales como los atributos en nuestra aclaración os-

tensiva de 'cuadrado'. Con nuestros varios actos de indicación aclaramos nuestro uso de las palabras 'es cuadrado'; pero ni suponemos que lo señalado sea un objeto como la cuadratidad ni necesitamos tampoco suponer que este objeto esté a nuestra disposición como *relatum* de la palabra 'cuadrado'. Lo único que es necesario exigir en la explicación de 'es cuadrado' o de cualquier otra frase parecida es que nuestro observador y oyente aprenda a prever cuándo debe esperar que apliquemos la frase a un objeto y cuándo no; no es en cambio necesario que la frase misma sea nombre de un objeto separado del tipo que sea.

Tales son pues los contrastes observados entre los términos generales y los singulares. En primer lugar, las ostensiones que introducen un término general difieren de las que introducen un término singular en que las primeras no suponen la identidad del objeto indicado o señalado de una a otra ocasión. En segundo lugar, el término general no tiene, o no necesita tener, el alcance de ser un nombre de una entidad separada de ningún tipo, mientras que el término singular tiene ese alcance.

Estas dos observaciones no son independientes la una de la otra. La capacidad de un término de entrar en contextos de identidad fue puesta por Frege [3] como criterio que permite juzgar si el término se está usando como un nombre. La cuestión de si un término se está usando como nombre de una entidad debe decidirse en cualquier contexto dado mediante la observación de si en ese contexto el término se considera o no como sujeto del algoritmo de la identidad, que es la ley que permite sustituir lo igual por lo igual.<sup>3</sup>

No se piense que esta doctrina de Frege esté asociada con una repudiación de las entidades abstractas. Por el contrario, ella permite admitir nombres de entidades abstractas; y, según el criterio de Frege, esa admisión consistirá precisamente en admitir términos abstractos en contextos de

---

3. Cfr. *infra*, pp. 201 s.

identidad sujetos a las leyes regulares de la misma. Frege mismo, dicho sea de paso, era bastante platónico en su propia filosofía.

Me parece que no tendrá ninguna dificultad la consideración de este paso de la hipótesis de entidades abstractas como un paso adicional que sigue a la introducción de los correspondientes términos generales. Podemos suponer inicialmente introducido el giro idiomático 'Esto es cuadrado' o 'x es cuadrado' — acaso mediante ostensión, como se ha visto antes, o acaso también de otro modo, como la habitual definición geométrica en términos de conceptos generales previamente introducidos. Luego, en un paso ulterior, derivamos el atributo *cuadraticidad*, o, lo que equivale a lo mismo, *la clase de los cuadrados*. En este paso se apela a un nuevo operador fundamental: 'clase de' o '—idad'.

Concedo mucha importancia a la distinción tradicional entre términos generales y términos singulares abstractos, es decir, entre términos del tipo 'cuadrado' y términos del tipo 'cuadraticidad'; la distinción tiene relevancia ontológica: el uso del término general no nos obliga sin más a admitir en nuestra ontología la correspondiente entidad abstracta; en cambio, el uso de un término singular abstracto, sujeto al comportamiento típico de los términos singulares, como puede ser el expresado en la ley de la identidad, nos obliga directamente a admitir una entidad abstracta denotada por el término.<sup>4</sup>

Puede comprenderse fácilmente que las entidades abstractas consiguieron la fuerza que tienen sobre nuestra imaginación precisamente a causa del olvido de esa distinción. La explicación ostensiva de los términos generales como 'cuadrado' es, según vimos, muy parecida a la de los términos singulares concretos como 'Caistro', y hay casos, como el de 'rojo', en los que no es necesario establecer la menor diferencia entre una explicación ostensiva y otra. De aquí la

---

4. Cfr. también *infra*, pp. 167 s.

natural tendencia a introducir términos generales junto con los singulares y a tratarlos como nombres de entidades singulares. Esta tendencia recibe sin duda impulso del hecho de que a menudo es conveniente, por razones puramente sintácticas — como la referencia lexicográfica —, manejar un término general como se maneja un nombre propio.

## 5

El esquema conceptual en el que nos hemos educado es una herencia ecléctica, y las fuerzas que han condicionado su evolución desde los días de Java hasta el presente <sup>5</sup> son sin duda cuestión de hipótesis y conjetura. Las expresiones referentes a objetos físicos deben haber ocupado una posición central desde los primeros períodos lingüísticos, porque esos objetos suministraban puntos de referencia relativamente fijos para el lenguaje como proceso social. También los términos generales deben haber aparecido en un estadio remoto, porque estímulos análogos tienden a producir psicológicamente respuestas análogas; objetos análogos tienden a recibir el mismo nombre. Hemos visto que la adquisición ostensiva de un término general concreto procede prácticamente del mismo modo que la de un término singular concreto. La adopción de términos singulares abstractos que implican la posición de entidades abstractas es un paso ulterior, filosóficamente revolucionario; hemos visto, empero, que este paso pudo hacerse sin necesidad de invención consciente.

Hay motivos suficientes para felicitarnos por la presencia de los términos generales, cualquiera que sea su causa. Es claro que el lenguaje sería imposible sin ellos y que el pensamiento quedaría reducido a limitadísimo alcance. En

---

5. La mente ruda y perezosa del *Homo javanensis* no fue capaz de pensar cosa que no fuera presente.

cambio, por lo que hace a la admisión de entidades abstractas como denotadas por los términos abstractos singulares, hay lugar para diversos juicios de valor. En todo caso, para que la cuestión esté clara, es importante recordar que en su introducción desempeña un papel un operador adicional: 'clase de' o '—idad'. Es posible que, como acabamos de indicar, lo que engendrara la creencia en las entidades abstractas fuera precisamente el no apreciar correctamente la intrusión de ese operador nuevo y no explicado. Pero este problema genético es independiente de la cuestión de si las entidades abstractas, con las que ya contamos, son o no convenientes desde el punto de vista de la conveniencia conceptual — de sí, a pesar de todo, no ha sido su adopción un accidente casual y afortunado.

Una vez admitidas las entidades abstractas, nuestro mecanismo conceptual sigue adelante y engendra una infinita jerarquía de ulteriores abstracciones. Pues hay que notar ante todo que los procesos ostensivos que hemos estudiado no son el único modo de introducir términos, ya sean singulares o generales. La mayoría de nosotros admitirá que ese modo de introducción es fundamental; pero en cuanto que se dispone de un acervo de términos obtenidos por ostensión, no resulta difícil explicar otros términos discursivamente, mediante paráfrasis con los términos de que ya se dispone. Ahora bien: la explicación discursiva, a diferencia de la ostensión, es tan utilizable para definir nuevos términos generales aplicables a entidades abstractas — por ejemplo, 'forma' o 'especie zoológica' — como para definir términos generales aplicables a entidades concretas. Aplicando así el operador '—idad' o 'clase de' a tales términos abstractos generales, obtenemos términos singulares abstractos de segundo orden, cuya intención es denotar entidades como el atributo de ser una forma o una especie zoológica, o la clase de todas las formas o de todas las especies zoológicas. El mismo procedimiento puede repetirse al nivel o grado siguiente, y así sucesivamente, sin que teóricamente pueda asignarse un lí-

mite a la operación. En esos altos niveles tienen su lugar las entidades matemáticas, como números, funciones de números, etc., según los análisis de los fundamentos de la matemática que han sido habituales a partir de Frege y pasando por Whitehead y por Russell.

La cuestión filosófica sedicentemente fundamental que pregunta: ¿Cuánto de nuestra ciencia es mera contribución del lenguaje y cuánto es reflejo de la realidad? es probablemente una cuestión bastarda, originada plenamente ella misma en un tipo particular de lenguaje. No hay duda de que nos encontramos en una situación paradójica si intentamos darle una respuesta; pues la respuesta en cuestión tiene que hablar del mundo y del lenguaje a la vez, y para hablar del mundo tenemos que imponer a éste algún esquema conceptual peculiar a nuestro propio y especial lenguaje.

No obstante, no tenemos por qué llegar a la conclusión fatalista de que nos encontremos encerrados para siempre en el esquema conceptual en el que hemos sido educados. Podemos ir modificándole clavo por clavo y pieza por pieza, aunque sin duda lo único que nos sostiene durante ese trabajo es el esquema conceptual mismo en evolución. Por eso Neurath ha comparado la tarea del filósofo a la de un marinero que tuviera que reconstruir su barco en alta mar.

Podemos ir mejorando nuestro esquema conceptual, nuestra filosofía, pieza por pieza, mientras seguimos dependiendo de ella porque nos sostiene; pero lo que no podemos hacer es separarnos de ella y compararla objetivamente con la realidad aún no conceptualizada. Afirmo, por tanto, que carece de sentido preguntarse por la corrección absoluta de un esquema conceptual en tanto que espejo de la realidad. Nuestro criterio para apreciar cambios básicos en un esquema conceptual no debe ser un criterio realista de correspondencia con la realidad, sino un criterio pragmático.<sup>6</sup> Los con-

---

6. Ver sobre este tema DUHEM, pp. 34, 280, 347; o LOWINGER, pp. 41, 121, 145.

ceptos son lenguaje, y la finalidad de los conceptos y del lenguaje es la eficacia en la comunicación y en la predicción. Tal es el deber último del lenguaje, de la ciencia y de la filosofía, y en relación con ese deber debe apreciarse en última instancia un esquema conceptual.

También pueden considerarse dentro del objetivo general la elegancia y la economía conceptual. Pero esta virtud, aunque atractiva, es secundaria — de un modo unas veces y de otro otras. La elegancia puede ser la diferencia entre un esquema conceptual psicológicamente manejable y otro demasiado inasible para que nuestras pobres mentes lo manejen con eficacia. Cuando éste es el caso, la elegancia no resulta ser más que un medio al servicio de la aceptabilidad pragmática de un esquema conceptual. Pero la elegancia puede también contar como fin en sí misma — y precisamente en la medida en que es secundaria en otros respectos: así puede apelarse a ella para decidir en casos en que el criterio pragmático no prescribe ninguna decisión unívoca. Cuando la elegancia no es lo decisivo, podemos buscarla por sí misma, y debemos hacerlo como poetas.

NUEVA FUNDAMENTACIÓN  
DE LA LÓGICA MATEMÁTICA

Los *Principia Mathematica* de Whitehead y Russell nos suministran suficiente evidencia de que toda la matemática es traducible a la lógica. Pero esta afirmación exige la aclaración de tres términos: traducción, matemática, lógica. Las unidades de traducción son enunciados; éstos comprenden afirmaciones o negaciones por una parte y meros enunciados abiertos o matrices por otra, esto es, expresiones abstraídas de verdaderas afirmaciones o negaciones mediante la sustitución de constantes por variables. No se trata pues de que todo símbolo o toda combinación de símbolos de la matemática — por ejemplo ' $\nabla$ ' o ' $d/dx$ ' — pueda ponerse en directa ecuación con una expresión de la lógica. Lo que se afirma es que cada una de esas expresiones puede traducirse en contexto, es decir, que todos los enunciados que contienen esa expresión pueden traducirse sistemáticamente en otros enunciados que carecen de la expresión en cuestión y no contienen más expresiones nuevas que las de la lógica. Estos nuevos enunciados serán traducciones de los originales en el sentido de que coincidirán con ellos en cuanto a verdad o falsedad para todos los valores de las variables.

Dada esa traducibilidad contextual de todos los signos matemáticos, se sigue que todo enunciado que no conste más que de notación lógica y matemática es traducible a un enunciado que no conste más que de notación lógica. En particular, pues, todos los principios de la matemática se reducen

a principios de la lógica o, por lo menos, a principios para cuya formulación no es necesario recurrir a vocabulario extra-lógico.

En el sentido aquí relevante, puede entenderse la matemática como inclusiva de todo lo que tradicionalmente se clasifica como matemática pura. En los *Principia*, Whitehead y Russell ofrecen las construcciones de las nociones esenciales de la teoría de conjuntos, de la aritmética, el álgebra y el análisis partiendo de las nociones de la lógica. Con ello suministran también la geometría, si concebimos las nociones geométricas como identificadas con las algebraicas por medio de las correlaciones de la geometría analítica. La teoría de las álgebras abstractas puede obtenerse de la lógica de relaciones desarrollada en los *Principia*.

Hay que admitir que la lógica que engendra todo eso es un aparato mucho más poderoso que el que ofreció Aristóteles. La fundamentación proporcionada por los *Principia* está oscurecida por la noción de función proposicional,<sup>1</sup> pero si suprimimos esas funciones en favor de las clases y relaciones que son paralelas de ellas, nos encontramos con una lógica de tres campos: lógica de proposiciones, de clases y de relaciones. Las nociones primitivas en términos de las cuales se expresan en definitiva esos cálculos no son nociones típicas de la lógica tradicional; no obstante, son de un tipo que nadie vacilará en clasificar como lógico.

Ulteriores investigaciones han mostrado que la serie de nociones lógicas requeridas para la tarea es mucho menor que lo que supusieron los mismos autores de los *Principia*. No necesitamos más que estas tres: pertenencia (de individuo a clase), expresada mediante la interposición del signo 'ε' e inclusión del todo entre paréntesis; la de *negación alternativa* o *incompatibilidad*, expresada mediante interposición del signo '∣' e inclusión del todo entre paréntesis; y la de *cuantificación universal*, expresada mediante pre-fijión

---

1. Cfr. *infra*, p. 178.

de una variable entre paréntesis. Toda la lógica en el sentido de los *Principia* — y, por tanto, toda la matemática — puede traducirse a un lenguaje que consiste sólo en una serie infinita de variables, ' $x$ ', ' $y$ ', ' $z$ ', ' $x$ ', etc., y esos tres modos de composición notacional.

Las variables deben concebirse como capaces de tomar como valores cualesquiera objetos; y entre esos objetos situaremos también clases de objetos, y clases de clases de objetos, etc.

' $(x \in y)$ ' expresa que  $x$  es un miembro de  $y$ . *Prima facie*, esto no tiene sentido más que si  $y$  es una clase. No obstante, podemos admitir un sentido suplementario para el caso en que  $y$  sea un *individuo* o no clase: en este caso podemos interpretar ' $(x \in y)$ ' como la afirmación de que  $x$  es el individuo  $y$ .<sup>2</sup>

La forma ' $(- | ---)$ ' con cualquier enunciado escrito en el lugar del trazo de la izquierda y cualquier enunciado escrito en el lugar del trazo de la derecha, puede leerse 'No — y --- a la vez', o sea: 'O bien no —, o bien no ---': o sea, por último: 'Si —, entonces no ---'. La mejor lectura es la primera, menos sujeta a ambigüedades de la lengua conversacional. El enunciado así compuesto es falso si y sólo si los dos enunciados componentes son verdaderos.

Por último, el cuantificador ' $(x)$ ' puede leerse 'para todo  $x$ ' o, aún mejor, 'cualquiera que sea  $x$ '. Así pues ' $(x) (x \in y)$ ' significa 'Toda cosa es miembro de  $y$ '. El enunciado completo ' $(x) ---$ ' es verdadero si y sólo si la fórmula '---' a la que está antepuesto el cuantificador es verdadera para todos los valores de la variable ' $x$ '.

Las *fórmulas* de ese rudimentario lenguaje son descriptibles recursivamente del modo siguiente: si en ' $(\alpha \in \beta)$ ' se sustituyen ' $\alpha$ ' y ' $\beta$ ' por variables, el resultado es una fórmu-

---

2. Esta interpretación, junto con el ulterior postulado P1, tiene como resultado la fusión de todo individuo con su clase-unidad; pero el hecho no tiene peligro.

la; si en  $(\varphi | \psi)$  se sustituyen  $\varphi$  y  $\psi$  por variables, el resultado es una fórmula; y si en  $(\alpha)\varphi$  se sustituye ' $\alpha$ ' por una variable y ' $\varphi$ ' por una fórmula, el resultado es una fórmula. Las fórmulas así descritas son los enunciados del lenguaje.

Si toda la matemática es traducible a la lógica de los *Principia* y esta lógica a su vez debe ser traducible al presente y rudimentario lenguaje, entonces todo enunciado construido exclusivamente con notaciones y procedimientos matemáticos y lógicos tiene que ser traducible en última instancia a una fórmula en el sentido recién descrito. Haré intuible la traducibilidad de los *Principia* mostrando cómo puede construirse con las nociones primitivas expuestas una serie de nociones cardinales de esa lógica. La construcción de las nociones matemáticas podrá así dejarse a los *Principia* mismos.

Las definiciones que son los instrumentos de esas construcciones de notaciones derivadas deben considerarse como convenciones de abreviación notacional ajenas al sistema mismo. Las nuevas notaciones introducidas con su ayuda deben considerarse también ajenas a nuestro lenguaje rudimentario; y la única justificación de la introducción de tales notaciones — introducción, por así decirlo, oficiosa — es la garantía de que sean eliminables de un modo único en favor de las notaciones primitivas. La forma en la cual se expresa una definición es irrelevante mientras se indique la manera de proceder a la eliminación de los signos nuevos. Es posible que el objeto general de toda definición sea la brevedad de notación; pero en el caso presente el objetivo es precisar ciertas nociones derivadas que desempeñan papeles importantes en los *Principia* y en otros textos.

Al formular las definiciones se usarán letras griegas  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\varphi$ ,  $\psi$ ,  $\chi$ ,  $\omega$  — para referirse a las expresiones. Las letras  $\varphi$ ,  $\psi$ ,  $\chi$ ,  $\omega$ , referirán a cualquier fórmula, y  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  referirán a cualquier variable. Cuando se encuentren incluidas entre signos pertenecientes al lenguaje lógico propiamente dicho, se referirá el todo a la expresión

que se obtiene incluyendo del mismo modo entre los signos lógicos las expresiones a que refieren las letras griegas. Así por ejemplo, ' $(\varphi | \psi)$ ' se referirá a la fórmula formada mediante sustitución de los signos  $\varphi$  y  $\psi$  por las fórmulas a que refieren, cualesquiera que sean éstas. La expresión ' $(\varphi | \psi)$ ' no es ella misma una fórmula, sino un nombre que describe una fórmula; es, en resolución, una manera breve de escribir: 'la fórmula formada escribiendo un paréntesis abierto, luego la fórmula  $\varphi$ , luego el trazo de Sheffer, luego la fórmula  $\psi$ , luego un paréntesis cerrado'. Lo mismo puede decirse de ' $(\alpha \varepsilon \beta)$ ', ' $(\alpha) \varphi$ ', ' $((\alpha) (\alpha \varepsilon \beta) | \varphi)$ ' etc. Ese uso de las letras griegas no es elemento del lenguaje objeto de discusión, sino que ofrece un medio para la discusión de ese lenguaje.

La primera definición introduce la notación habitual de la *negación*:

$$D1. \quad \sim \varphi \text{ para } (\varphi | \varphi)$$

Se trata de una convención por la cual la anteposición de ' $\sim$ ' a cualquier fórmula  $\varphi$  es una abreviación de la fórmula  $(\varphi | \varphi)$ . Puesto que, en general, la negación alternativa  $(\varphi | \psi)$  o incompatibilidad es falsa si y sólo si  $\varphi$  y  $\psi$  son ambos verdaderos, la expresión  $\sim \varphi$ , según queda definida, será falsa o verdadera según que  $\varphi$  sea verdadero o falso. El signo ' $\sim$ ' puede leerse 'no' o 'es falso que'.

La definición siguiente introduce la *conjunción*:

$$D2. \quad (\varphi \psi) \text{ para } \sim (\varphi | \psi).$$

Puesto que  $(\varphi | \psi)$  es falsa si y sólo si  $\varphi$  y  $\psi$  son verdaderos,  $(\varphi \psi)$ , tal como queda definida, será verdadera si y sólo si  $\varphi$  y  $\psi$  son ambos verdaderos. El punto puede pues leerse 'y'.

La definición siguiente introduce el llamado *condicional material* (también frecuentemente: implicación material):

$$D3. \quad (\varphi \supset \psi) \text{ para } (\varphi | \sim \psi)$$

$(\varphi \supset \psi)$ , tal como queda definido, es falso si y sólo si  $\varphi$  es verdadero y  $\psi$  falso. La conectiva ' $\supset$ ' puede pues leerse: 'si —, entonces —', siempre que entendamos esas palabras sólo en un sentido descriptivo y factual, sin inferir una conexión necesaria entre el antecedente y el consiguiente.

La definición siguiente introduce la *disyunción*:

D4.  $(\varphi \vee \psi)$  para  $(\sim \varphi \supset \psi)$

Se ve fácilmente que  $(\varphi \vee \psi)$ , tal como queda definida, es verdadera si y sólo si  $\varphi$  y  $\psi$  no son ambos falsos a la vez. Podemos pues leer ' $\vee$ ' como 'o' siempre que entendamos esta palabra en el sentido que permite la verdad simultánea de las dos fórmulas en disyunción.

La definición siguiente introduce el llamado *bicondicional material* (también frecuentemente: equivalencia material):

D5.  $(\varphi \equiv \psi)$  para  $((\varphi \supset \psi) | (\psi \supset \varphi))$ .

Pronto se ve que  $(\varphi \equiv \psi)$ , tal como queda definida, es verdadera si y sólo si  $\varphi$  y  $\psi$  coinciden en cuanto a verdad o falsedad. El signo '=' puede pues leerse 'si y sólo si', siempre que entendamos esa conexión en un sentido estrictamente descriptivo, como en el caso de D3.

Las conectivas definidas se llaman *funciones veritativas* porque la verdad o falsedad de los enunciados complejos que producen depende exclusivamente de la verdad o falsedad de los enunciados constituyentes. El uso de la negación alternativa como medio para definir todas las demás funciones veritativas se debe a Sheffer.

La siguiente definición introduce la *cuantificación existencial*:

D6.  $(\exists \alpha) \varphi$  para  $\sim (\alpha) \sim \varphi$

$(\exists \alpha) \varphi$  será pues verdadera si y sólo si no ocurre que la fórmula  $\varphi$  es falsa para todos los valores de la variable  $\alpha$ : por tan-

to, si y sólo si  $\varphi$  es verdadera para algún valor de  $\alpha$ . El signo ' $\exists$ ' puede pues leerse del modo siguiente: 'para algún';  $(\exists x)(x \varepsilon y)$  significa: 'Para algún  $x$ ,  $(x \varepsilon y)$ ', o sea: ' $y$  tiene algún miembro'. Otra lectura habitual es: 'hay por lo menos un  $x$ , tal que...'

La definición siguiente introduce la *inclusión*:

$$D7. \quad (\alpha \subset \beta) \quad \text{para} \quad (\gamma) \quad ((\gamma \varepsilon \alpha) \supset (\gamma \varepsilon \beta))$$

Así pues, ' $(x \subset y)$ ' significa que  $x$  es una subclase de  $y$ , o está incluida en  $y$ , en el sentido de que todo miembro de  $x$  es también miembro de  $y$ .

La definición siguiente introduce la *identidad*:

$$D8. \quad (\alpha = \beta) \quad \text{para} \quad (\gamma) \quad ((\alpha \varepsilon \gamma) \supset (\beta \varepsilon \gamma))$$

Así pues, ' $(x = y)$ ' significa que  $y$  pertenece a toda clase a la que pertenezca  $x$ . La adecuación de esta condición definitoria se desprende claramente del hecho de que si  $y$  pertenece a toda clase a la que pertenezca también  $x$ , entonces  $y$  pertenece también en particular a la clase cuyo sólo elemento es  $x$ .

Estrictamente hablando, D7 y D8 violan la exigencia de eliminabilidad unívoca; al eliminar la expresión ' $(x \subset y)$ ', o la expresión ' $(z = w)$ ' no sabemos qué letra debemos elegir para la  $\gamma$  de la definición. La elección es indiferente, desde luego, siempre que la letra elegida sea distinta de las demás variables que estén implicadas en la operación; pero esta indiferencia no debe ser ocultada por la definición, ni tampoco introducida subrepticamente en ella. Por ello supondremos establecido algún orden alfabético arbitrario para regular la elección de la requerida letra distinta en el caso general.<sup>3</sup>

3. Así podemos, por ejemplo, convenir en términos generales en que cuando una definición exige en el definiens variables que se suprimen en el definiendum, la primera que se presenta debe ser recogida con

El expediente que hay que introducir a continuación es la *descripción*. Dada una condición '---' satisfecha exactamente por un objeto  $x$  y sólo por él, se pone que la descripción '( $\iota x$ )---' denota ese objeto. El operador '( $\iota x$ )' puede pues leerse así: 'el objeto  $x$  tal que'. Una descripción '( $\iota x$ ) $\varphi$ ' se introduce formalmente sólo como parte de contextos que se definen en su totalidad, del modo siguiente:

$$D9. ((\iota x)\varphi \varepsilon \beta) \text{ para } (\exists \gamma) ((\gamma \varepsilon \beta) \cdot (\alpha) ((\alpha = \gamma) \equiv \varphi)).$$

$$D10. (\beta \varepsilon (\iota x)\varphi) \text{ para } (\exists \gamma) ((\beta \varepsilon \gamma) \cdot (\alpha) ((\alpha = \gamma) \equiv \varphi)).$$

Sea '---' una condición puesta a  $x$ . En este caso '( $x$ ) (( $x = z$ )=---)' significa que cualquier objeto  $x$  es idéntico a  $z$  si y sólo si se cumple la condición; dicho de otro modo, que  $z$  es el único objeto  $x$  tal que ---. Dicho esto, '( ( $\iota x$ ) ---  $\varepsilon y$  )' definido como queda en D9, como '(  $\exists z$  ) ( ( $z \varepsilon y$  ). ( $x$ ) (( $x = z$ )=---) )', significa que  $y$  tiene un miembro que es el único objeto  $x$  tal que ---; por tanto, que  $y$  tiene como elemento *el*  $x$  tal que ---. Así pues, D9 da el sentido buscado. Correspondientemente, D10 explica '(  $y \varepsilon (\iota x)$  --- )' como significando que  $y$  es un elemento *del*  $x$  tal que ---. Si la condición '---' no es cumplida por un objeto  $x$  y sólo por él, los contextos '( ( $\iota x$ ) ---  $\varepsilon y$  )' y '(  $y \varepsilon (\iota x)$  --- )' resultan ambos trivialmente falsos.

Contextos tales como ( $\alpha \subset \beta$ ) y ( $\alpha = \beta$ ), antes definidos para variables, se hacen ahora accesibles también a las descripciones; así, ( $\iota x$ ) $\varphi \subset \beta$ ), ( $\iota x$ ) $\varphi \subset (\iota \beta)\psi$ ), ( $\beta = (\iota x)\varphi$ ), etc., se reducen a términos primitivos mediante las definiciones D7-8 de la inclusión y la identidad, junto con las definiciones D9-10 que dan razón de ( $\iota x$ ) $\varphi$ , etc., en los contextos de que dependen D7-8. Esa extensión de D7-8 y definiciones

---

la letra que, en el orden alfabético, es la primera después de todas las letras del definiendum; la siguiente, por la letra también siguiente del alfabeto; y así sucesivamente. El alfabeto es en este caso: ' $a$ ', ' $b$ ', ..., ' $z$ ', ' $a$ ', ' $a$ ', ' $a$ ', ..., ' $z$ ', ' $a$ ', ... En particular, pues, '(  $x \subset y$  )' y '(  $x = y$  )' son abreviaturas de '(  $z$  ) ( ( $z \varepsilon x$ )  $\supset$  ( $z \varepsilon y$ ) )' y '(  $a$  ) ( ( $z \varepsilon a$ )  $\supset$  ( $w \varepsilon a$ ) )'.

análogas a descripciones no exige más que la convención general de que las definiciones adoptadas para variables deben mantenerse también para descripciones.

Hecha esta convención, D9 se aplica también cuando  $\beta$  se entiende como descripción; así conseguimos expresiones de la forma  $((\alpha)\varphi \varepsilon (\beta)\psi)$ , Pero en este caso la exigencia de eliminabilidad unívoca impone una ulterior convención: hay que decidir si la primera definición que hay que aplicar en la explicación de  $((\alpha)\varphi \varepsilon (\beta)\psi)$  es D9 o D10. Podemos decidir arbitrariamente que aplicaremos primero D9. El orden es irrelevante para el sentido, excepto en casos periféricos.

Entre los contextos suministrados por nuestra notación primitiva, la forma de contexto  $(\alpha)\varphi$  tiene la peculiaridad de que en ella la variable  $\alpha$  no da ninguna indeterminación ni variabilidad; pero lo nombrado, el giro idiomático 'para todo  $x$ ', supone la variable como rasgo esencial, y la sustitución de la variable por una constante o por una expresión compleja da como resultado un sinsentido. Las formas contextuales definidas  $(\exists \alpha)\psi$  y  $(\alpha)\psi$  comparten también ese carácter, pues D6 y D9-10 reducen esas ocurrencias de  $\alpha$  a la forma contextual  $(\alpha)\varphi$ . Una variable en un tal contexto se llama *ligada*; en cualquier otro caso se llama *libre*.

Así pues, si nos atenemos a la notación primitiva, las variables libres están limitadas a contextos de la forma  $(\alpha \varepsilon \beta)$ . Las definiciones D9-D10 nos suministran el uso de descripciones en tales contextos. De este modo las descripciones resultan también aplicables a todas las demás formas contextuales que puedan hallarse para variables libres por definición, como ocurre en D7-8. Nuestras definiciones posibilitan por tanto el uso de la descripción en cualquier posición que sea accesible para una variable libre. Esto es muy útil para nuestro propósito, pues, como hemos observado, las descripciones u otras expresiones complejas no se admiten nunca en posición de variables ligadas.

La teoría de la descripción que he presentado es esen-

cialmente la de Russell, pero considerablemente simplificada en el detalle.<sup>4</sup>

La siguiente noción que hay que introducir es la operación llamada *abstracción*, por la cual, dada una condición '---' impuesta a  $x$ , formamos la clase  $\hat{x}$ , cuyos miembros son precisamente aquellos objetos  $x$  que satisfacen la condición dada. El operador ' $\hat{x}$ ' puede leerse como 'la clase de todos los objetos  $x$  tales que'. La clase  $\hat{x}$  --- es definible por descripción como la clase  $y$  a la que pertenece todo objeto  $x$  si y sólo si ---; expresado simbólicamente:

$$D11. \quad \hat{\alpha}\varphi \text{ para } (\exists\beta) (\alpha) ((\alpha \in \beta) = \varphi).$$

Por medio de la abstracción, las nociones del álgebra de clases booleana son ahora definibles como en los *Principia*: la negación  $\neg x$  es  $\hat{y} \sim (y \in x)$ , la suma  $(x \cup y)$  es  $\hat{z} ((z \in x) \vee (z \in y))$ , la clase universal  $V$  es  $\hat{x} (x = x)$ , la clase cero,  $\wedge$ , es  $\neg V$ , y así sucesivamente. Por último, la clase  $\{x\}$ , cuyo único miembro es  $x$ , y la clase  $\{x, y\}$ , cuyos únicos miembros son  $x$  e  $y$ , pueden definirse del modo siguiente:

$$D12. \quad \{x\} \text{ para } \hat{\beta}(\beta = x),$$

$$D13. \quad \{x, y\} \text{ para } \hat{\gamma} ((\gamma = x) \vee (\gamma = y)).$$

Las *relaciones* pueden introducirse simplemente como clases de pares ordenados, siempre que se disponga de un expediente para definir pares ordenados. Está claro que cualquier definición servirá con tal de que garantice la distinción entre los pares  $(x,y)$  y  $(z,w)$  en todos los casos excepto en el de que  $x$  sea  $z$  e  $y$  sea  $w$ . En la definición propuesta por Kuratowski se aprecia claramente la satisfacción de esa condición:<sup>5</sup>

4. Cfr. *supra*, pp. 30 ss., e *infra*, pp. 237 s.

5. La primera definición al respecto, la de Wiener, difiere en detalle de la que aquí damos.

D14.  $(\alpha; \beta)$  para  $\{ \{ \alpha \}, \{ \overline{\alpha}, \beta \} \}$

Esto es: el par  $(x;y)$  es una clase que tiene como miembros dos clases; una de esas clases no tiene más miembro que  $x$ , y la otra tiene como únicos miembros  $x$  e  $y$ .

A continuación podemos introducir la operación llamada *abstracción relacional*, por la cual, dada una condición ‘---’ impuesta a  $x$  e  $y$ , formamos la relación  $\hat{x}\hat{y}$  --- la cual se da entre todo  $x$  y todo  $y$  si y sólo si  $x$  e  $y$  satisfacen la condición. Puesto que las relaciones deben concebirse como clases de pares ordenados, la relación  $\hat{x}\hat{y}$  --- puede describirse como la clase de todos aquellos pares  $(x;y)$  tales que ---; expresado simbólicamente:

D15.  $\hat{\alpha}\hat{\beta} \varphi$  para  $\hat{\gamma} (\exists \alpha)(\exists \beta) ((\gamma = (\alpha; \beta)) \cdot \varphi)$ ,

No es necesario dar especial definición del giro idiomático ‘ $x$  tiene la relación  $z$  con  $y$ ’, puesto que esa frase se convierte simplemente en ‘ $((x;y) \varepsilon z)$ ’.<sup>6</sup>

Hemos presentado ya las definiciones suficientes para hacer las ulteriores nociones de la lógica matemática directamente accesibles a partir de las definiciones de los *Principia*. Atendamos ahora a la cuestión de los teoremas. El procedimiento seguido en un sistema formal de lógica matemática consiste en especificar ciertas fórmulas que deben colocarse como teoremas iniciales, y especificar también ciertas conexiones de inferencia por las cuales una fórmula puede ser determinada como teorema una vez dadas otras fórmulas (finitas en número) que también lo son. Las fórmulas iniciales pueden ser enumeradas una tras otra como postulados o bien caracterizadas de un modo general; pero esta caracteri-

---

6. Este tratamiento de las relaciones diádicas puede extenderse sin más a las relaciones de cualquier grado superior. Pues una relación triádica entre  $x$ ,  $y$  y  $z$  puede tratarse como una relación diádica entre  $x$  y el par  $(y; z)$ ; una relación tetrádica entre  $x$ ,  $y$ ,  $z$  y  $w$  puede tratarse como una relación triádica entre  $x$ ,  $y$  y el par  $(z; w)$ , y así sucesivamente.

zación de todas ellas juntas tiene que basarse exclusivamente en rasgos de notación que sean directamente observables. También las conexiones de inferencia tienen que referirse exclusivamente a esos rasgos directamente observables. A continuación, la derivación de teoremas procede paso a paso mediante la comparación notacional de las fórmulas.

Las fórmulas deseables como teoremas son, naturalmente, precisamente aquellas que resultan *válidas* bajo las interpretaciones pensadas de los signos primitivos — válidas en el sentido de que o bien son enunciados verdaderos o bien enunciados abiertos que son verdaderos para todos los valores de las variables libres. En la medida en que toda la lógica y toda la matemática son expresables en este lenguaje primitivo, las fórmulas válidas abarcan en traducción todos los enunciados válidos de la lógica y de la matemática. Godel [2] ha mostrado, empero, que esta totalidad de principios no puede reproducirse nunca exactamente por teoremas de un sistema formal, entendiendo 'sistema formal' en el sentido que acabamos de describir. Por ello la adecuación de nuestra sistematización tiene que medirse por algún corte determinado de la totalidad de las fórmulas válidas. Los *Principia* dan un criterio sólido, pues puede admitirse que la base de los *Principia* es adecuada para la derivación de toda teoría matemática codificada, excepto para una determinada zona que requiere el axioma de infinitud y el axioma de elección como presupuestos adicionales.

El sistema que vamos a presentar aquí es adecuado según ese criterio. Cuenta con un postulado, que es el *principio de extensionalidad*:

$$P1. \quad ((x \subset y) \supset ((y \subset x) \supset (x = y))).$$

Según este principio una clase está determinada por sus miembros. El sistema cuenta también con tres reglas que especifican conjuntos enteros de fórmulas que deben considerarse teoremas iniciales:

R1  $((\varphi | (\psi | \chi)) | ((\omega \supset \omega) | ((\omega | \psi) \supset (\varphi | \omega))))$  es un teorema.

R2. Si  $\psi$  es igual que  $\varphi$  excepto en que  $\beta$  aparece en  $\psi$  como variable libre en todos los lugares en que  $\alpha$  aparece en  $\varphi$  como variable libre, entonces  $((\alpha) \varphi \supset \psi)$  es un teorema.

R3. Si 'x' no se presenta en  $\varphi$ ,  $(\exists x) (\psi) ((\psi \varepsilon x) \supset \varphi)$  es un teorema.

Debe entenderse que esas reglas se aplican a todas las fórmulas,  $\varphi$ ,  $\psi$ ,  $\chi$ ,  $\omega$ , y a todas las variables  $\alpha$  y  $\beta$ .

Por último, el sistema cuenta con dos reglas que especifican conexiones de inferencia:

R4. Si  $\varphi$  y  $(\varphi | (\psi | \chi))$  son ambos teoremas, también lo es  $\chi$ .

R5. Si  $(\varphi \supset \psi)$  es un teorema y si  $\alpha$  no es una variable libre de  $\varphi$ , entonces  $(\varphi \supset (\alpha) \psi)$  es también un teorema.

R1 y R4 son una readaptación del cálculo proposicional tal como fue sistematizado por Nicod y Lukasiewicz. Juntas, R1 y R4 suministran como teoremas todas y sólo las fórmulas que son válidas por virtud de su sola estructura en términos de funciones veritativas.

R2 y R5 suministran la técnica para manipular el cuantificador.<sup>7</sup> Las reglas R1, R2, R4 y R5 suministran como teoremas todas y sólo las fórmulas que son válidas por su sola estructura en términos de funciones veritativas y de cuantificación.

Por último, P1 y R3 se ocupan específicamente de la relación de pertenencia. R3 puede llamarse *principio de abstracción*: asegura que, dada cualquier condición impuesta a  $\psi$ ,

---

7. R5 responde a la primera parte de la regla ( $\gamma$ ) de Bernays, en HILBERT y ACKERMANN, cap. 3, § 5; R2, por su parte sustituye a ( $\epsilon$ ) y ( $\alpha$ ).

'---', hay una clase  $x$  (a saber,  $\hat{y}$ ---) cuyos miembros son precisamente aquellos objetos  $y$  tales que ---. Puede verse fácilmente que este principio da lugar a una contradicción. Pues R3 da el teorema siguiente:

$$(\exists x)(y)((y \varepsilon x) = \sim(y \varepsilon y)).$$

Tomemos el  $y$  llamado  $x$  ( $y$  está universalizado por el cuantificador). Este paso, inmediato para la lógica intuitiva, puede realizarse formalmente mediante el uso prescrito de R1, R2, R4 y R5. Así llegamos al teorema auto-contradictorio:

$$(\exists x)((x \varepsilon x) = \sim(x \varepsilon x)).$$

Pero esta dificultad, conocida con el nombre de paradoja de Russell, fue superada en los *Principia* mediante la teoría russelliana de los tipos. Simplificada para aplicarla a nuestro sistema, la teoría cumple su función del modo siguiente. Debemos imaginar todos los objetos como estratificados en los llamados tipos, de tal modo que el tipo más bajo sea el de los individuos, el siguiente el de las clases de individuos, el siguiente el de las clases de esas clases, y así sucesivamente. En cada contexto, cada variable debe admitir valores exclusivamente de un tipo. Por último, se impone la regla de que  $(\alpha \varepsilon \beta)$  será una fórmula sólo si los valores de  $\beta$  son del tipo inmediatamente superior al tipo de los valores de  $\alpha$ ; en otro caso  $(\alpha \varepsilon \beta)$  no se considera ni verdadera ni falsa, sino sin sentido.<sup>8</sup>

En todos los contextos se dejan sin especificar los tipos apropiados a las varias variables; el contexto es pues sistemáticamente ambiguo, en el sentido de que los tipos de sus variables pueden construirse de cualquier modo que sea compatible con la exigencia de que 'ε' conecte variables de

8. En concreto, pues, en el contexto  $(\alpha \varepsilon \beta)$ ,  $\beta$  no puede tomar como valores individuos. Las consideraciones que ocasionaron la nota 2 de la pág. 127 son pues eliminadas por la teoría de los tipos.

tipos ascendentes. Por tanto, una expresión que según nuestro esquema original sería una fórmula no será rechazada como sin sentido por la teoría de los tipos más que si no hay modo alguno de asignar tipos a las variables de tal modo que se cumpla la condición puesta a 'ε'. Una fórmula — en nuestro anterior sentido — será admitida como tal por la teoría de los tipos sólo si es posible poner numerales a sus variables de tal modo que 'ε' no se presente más que en contextos de la forma ' $n \varepsilon n + 1$ '. Llamaremos *estratificadas* a las fórmulas que superen esa prueba. Así, las fórmulas ' $(x \varepsilon y)$ ' y ' $((x \varepsilon z) \mid (y \varepsilon z))$ ' son estratificadas, mientras que ' $(x \varepsilon x)$ ' y ' $((y \varepsilon x) \mid ((z \varepsilon y) \mid (z \varepsilon x)))$ ' no lo son. Hay que recordar que las abreviaciones por definición son externas al sistema formal mismo, y que, por tanto, hay que desarrollar una expresión en la notación primitiva antes de examinarla desde el punto de vista de la estratificación. Así ' $(x \supset x)$ ' resulta ser estratificada, y ' $((x \varepsilon y) \cdot (x \subset y))$ ' no.<sup>9</sup>

La imposición de la teoría de los tipos a nuestro sistema exige que expurguemos el lenguaje de todas las fórmulas no estratificadas, y por tanto, que construyamos  $\varphi, \psi$ , etc., en R1-5 como fórmulas estratificadas, añadiendo la hipótesis general de que la expresión derivada como teorema debe ser estratificada de la misma forma. Esto elimina la paradoja de Russell y otras relacionadas con ella, eliminando el uso de fórmulas no estratificadas tan desastrosas como ' $\sim(y \varepsilon y)$ ' en lugar de  $\varphi$  en R3.

Pero la teoría de los tipos tiene consecuencias innaturales e inconvenientes. Como la teoría no permite que una clase tenga más que miembros de un tipo, la clase universal V da

---

9. Si una letra  $\alpha$  aparece en  $\varphi$  a la vez como variable ligada y como variable libre, o como ligada en diversos cuantificadores, al estudiar  $\varphi$  desde el punto de vista de la estratificación podemos tratar a  $\alpha$  como si fuera una letra diferente en cada uno de esos papeles. Pero obsérvese que esta útil y generosa interpretación de la estratificación no es necesaria, pues puede obtenerse el mismo resultado usando letras diferentes en  $\varphi$  en primer lugar. Esta última solución exigiría sin embargo una revisión de lo convenido en la nota de la p. 131.

lugar a una serie infinita de clases cuasi-universales, una para cada tipo. La negación  $\neg x$  deja de comprender a todos los no-miembros de  $x$ , y comprende sólo aquellos no-miembros de  $x$  que son del tipo inmediatamente inferior a  $x$ . Hasta la clase cero o nula,  $\wedge$ , da lugar a una serie infinita de clases nulas. El álgebra booleana de clases deja de aplicarse a clases en general, y hay que reproducirla en cada nivel o tipo. Lo mismo puede decirse del cálculo de relaciones. Hasta la aritmética resulta sujeta a esa misma reduplicación si se la introduce por definiciones sobre la base de la lógica. Los números dejan de ser únicos; en cada tipo aparece un nuevo 0, un nuevo 1, etcétera; exactamente igual que en el caso de  $\vee$  y de  $\wedge$ . Esas distinciones y reduplicaciones son intuitivamente molestas, y además — cosa más importante — exigen continuamente maniobras técnicas más o menos finas para restaurar conexiones rotas.

Quiero indicar ahora un método para evitar las contradicciones sin tener que aceptar la teoría de los tipos ni las desagradables consecuencias que implica. Mientras que la teoría de los tipos evita las contradicciones por el procedimiento de excluir del lenguaje las fórmulas no estratificadas, puede conseguirse el mismo resultado conservando en general formas sin estratificar, pero limitando explícitamente R3 a fórmulas estratificadas. Con este método abandonamos la jerarquía de los tipos y concebimos como sin restricción el campo de las variables. Consideramos de nuevo que nuestro lenguaje lógico abarca todas las fórmulas en el sentido inicialmente definido de esta noción; y las  $\varphi, \psi$ , etc., de nuestras reglas deben entenderse como fórmulas de este sentido. Pero la noción de fórmula estratificada, explicada simplemente en términos de adscripción de numerales a las variables y abandonando toda connotación de tipo, se mantiene en un punto: sustituimos en efecto R3 por la regla, más débil:

R3'. Si  $\varphi$  es estratificada y no contiene ' $x$ ',  $(\exists x) (y) ((y \in x) \Rightarrow \varphi)$  es un teorema.

En este nuevo sistema no hay más que un álgebra booleana de clases; la negación  $\neg x$  abarca *todo* lo que no pertenece a  $x$ ; la clase nula  $\wedge$  es única, y lo mismo la clase universal,  $V$ , a la que pertenece absolutamente todo, incluyendo la misma  $V$ .<sup>10</sup> El cálculo de relaciones vuelve a presentarse como un sólo cálculo general que trata de relaciones sin restricción. Del mismo modo, los números recobran su unicidad, y la aritmética su aplicabilidad general como cálculo único. Se hacen también superfluas las especiales maniobras técnicas necesarias en la teoría de los tipos.

Puesto que el nuevo sistema no difiere del original e inconsistente más que por la sustitución de  $R3$  por  $R3'$ , la única restricción que distingue al nuevo sistema del primero es que ahora falta una garantía general de la existencia de clases tales como  $\hat{y}$  ( $y \varepsilon y$ ),  $\hat{y} \sim (y \varepsilon y)$ , etc., cuyas fórmulas definitorias no son estratificadas. En el caso de algunas fórmulas no estratificadas la existencia de las clases correspondientes sigue en realidad siendo demostrable por procedimientos un tanto tortuosos; así por ejemplo  $R3'$  da

$$(\exists x)(y)((y \varepsilon x) \equiv ((z \varepsilon y) \mid (y \varepsilon w))),$$

y de aquí, por las demás reglas, podemos inferir por sustitución



10. Puesto que todo pertenece a  $V$ , todas las subclases de  $V$  pueden correlacionarse con elementos de  $V$ , a saber, con ellas mismas. Podría pensarse entonces en derivar de aquí una contradicción, teniendo en cuenta la demostración de Cantor de que no todas las subclases de una clase  $k$  pueden correlacionarse con miembros de  $k$ . Pero no está claro que pueda derivarse esa contradicción. La *reductio ad absurdum* de esa correlación por Cantor consiste en formar la clase  $h$  de los elementos de la clase inicial  $k$  que no pertenecen a las subclases con las cuales están en correlación, y en observar entonces que la subclase  $h$  de  $k$  no tiene correlato. Puesto que en nuestro caso  $k$  es  $V$  y el correlato de una subclase es esa subclase misma, la clase  $h$  resulta ser la clase de todas las subclases de  $V$  que no pertenecen a sí mismas. Pero  $R3'$  no permite que exista tal clase  $h$ . Efectivamente,  $h$  sería  $\hat{y} \sim (y \varepsilon y)$ , cuya existencia queda eliminada por la paradoja de Russell. Más sobre este punto en QUINE [4].

$$(1) \quad (\exists x) (y) ((y \varepsilon x) \equiv ((z \varepsilon y) \mid (y \varepsilon z))),$$

teorema que afirma la existencia de una clase  $\dot{y}((z \varepsilon y) \mid (y \varepsilon z))$ , cuya fórmula definitoria no es estratificada. Pero puede suponerse que no se podrá probar la existencia de clases correspondientes a ciertas fórmulas no estratificadas, incluyendo aquellas de las que derivan la paradoja de Russell u otras análogas. Por lo demás, esas contradicciones pueden utilizarse dentro del sistema para recusar explícitamente la existencia de las clases en cuestión mediante *reductio ad absurdum*.

La demostrabilidad de (1) muestra que el poder deductivo de este sistema es mayor que el de los *Principia*. Más llamativo es el caso del axioma de infinitud, con el que hay que complementar los *Principia* para poder derivar en ellos ciertos principios matemáticos aceptados. Este axioma afirma que hay una clase de infinitos elementos. En el sistema aquí ofrecido, en cambio, una tal clase está dada sin necesidad del axioma: es la clase V, o  $\dot{x}(x = x)$ . La existencia de V viene dada por R3'; y así también viene dada la existencia de infinitos miembros de V, a saber:  $\wedge$ ,  $\{\wedge\}$ ,  $\{\{\wedge\}\}$ ,  $\{\{\{\wedge\}\}\}$  y así sucesivamente.

### *Observaciones suplementarias*

En las páginas anteriores se han introducido, como parte integrante de las diversas notaciones primitivas definidas, el uso de paréntesis como medio para indicar la asociación de signos deseada dentro de fórmulas. Así queda automáticamente indicada la asociación o agrupación de signos, sin necesidad de convenciones suplementarias. Pero este procedimiento, aunque simple en teoría, produce en la práctica una acumulación de paréntesis que es conveniente y habitual reducir de modo que no rebasen un máximo aún dominable con la mirada. Por eso omitiremos los paréntesis excepto cuando sean imprescindibles para evitar ambigüedad; para

facilitar la lectura alternaremos también los paréntesis que queden con corchetes angulares. No obstante, seguiremos considerando que el estilo más mecánico de las páginas anteriores es la notación literal y estricta, a causa de su sencillez teórica.

La notación primitiva subyacente al anterior desarrollo de la lógica tenía tres elementos: la notación de la pertenencia, la de negación alternativa o incompatibilidad y la de cuantificación universal. Vale la pena observar que esa elección no es ni necesaria ni mínima. Podríamos habernos contentado con dos notaciones: la de inclusión y la de abstracción, definidas en D7 y D11. Tomando estas dos como puntos de partida, podemos conseguir las tres anteriores mediante la siguiente serie de definiciones, en las que 'ξ' y 'η' deben entenderse como referentes a cualesquiera variables y a cualesquiera términos formados por abstracción.

$$\begin{array}{ll}
 \varphi \supset \psi & \text{para } \hat{\alpha} \varphi \subset \hat{\alpha} \psi, \\
 (\alpha) \varphi & \alpha (\varphi \supset \psi) \subset \alpha \varphi, \\
 \sim \varphi & (\beta) (\hat{\alpha} \varphi \subset \beta), \\
 \varphi | \psi & \varphi \supset \sim \psi, \\
 \varphi \bullet \psi & \sim (\varphi | \psi), \\
 \xi = \eta & \xi \subset \eta \bullet \eta \subset \xi, \\
 \{ \xi \} & \hat{\alpha} (\alpha = \xi), \\
 \xi \varepsilon \eta & \{ \xi \} \subset \eta.
 \end{array}$$

La primera y la tercera de esas definiciones suponen un truco especial. La variable  $\alpha$  no es libre en  $\varphi$  ni en  $\psi$ ; esto queda garantizado por la convención antes indicada al comentar D7 y D8. Por tanto,  $\hat{\alpha} \varphi$  y  $\hat{\alpha} \psi$  son abstractos "vacíos" como 'x(7 > 3)'. Con ayuda de la definición de la abstracción, D11, puede comprobarse que un abstracto vacío denota la clase V o la clase  $\wedge$  según que el enunciado de que consta sea verdadero o falso. Por tanto,  $\varphi \supset \psi$ , tal como queda definido, dice en realidad que  $V \subset V$  (si  $\varphi$  y  $\psi$  son ambos verdaderos) o que  $\wedge \subset V$  (si  $\varphi$  es falso y  $\psi$  es verdadero), o que

$V \subset \wedge$  (si  $\varphi$  es verdadero y  $\psi$  es falso) o que  $\wedge \subset \wedge$  (si  $\varphi$  y  $\psi$  son ambos falsos). La definición hace pues a  $\varphi \supset \psi$  verdadero o falso en los casos adecuados. La definición de  $\sim \varphi$ , por su parte, dice que la clase denotada por el abstracto vacío  $\hat{a}\varphi$  está incluida en toda clase, es decir, que es la clase  $\wedge$ ; así recibe  $\sim \varphi$  su normal sentido de negación. Respecto de las otras seis definiciones, se ve fácilmente que dan a las notaciones definidas los sentidos deseados.

Corrientemente la inclusión se concibe en lógica sólo entre clases; por eso la interpretación de ' $x \subset y$ ' como notación primitiva del nuevo sistema plantea un problema de interpretación puesto que  $x$  e  $y$  son individuos. Pero su solución está ya implícita en D7 del anterior sistema. Si estudiamos D7 a la luz de las observaciones hechas a propósito de ' $x \varepsilon y$ ' al principio de este ensayo, hallaremos que ' $x \subset y$ ' equivale, para individuos, a ' $x = y$ '.

La nueva base, con sólo la inclusión y la abstracción como notaciones primitivas, es más elegante que la anterior, que es triple; pero esta base triple tiene ciertas ventajas. Una de ellas es la facilidad con que pudimos pasar de R3 a R3', evitando la teoría de los tipos. En efecto, cuando la abstracción se define como en D11, estamos en disposición de descubrir que a veces un término formado por abstracción a partir de un enunciado no denota ninguna clase; y así naturalmente ocurre en el sistema basado en R3'. En cambio, cuando la abstracción es una notación primitiva, es menos natural permitir que un término formado por abstracción no tenga denotación. No obstante, no se trata de un imposible: hoy existe un conjunto de axiomas y reglas para la lógica, notablemente reducido, que está basado en la inclusión y la abstracción, sin la teoría de los tipos.<sup>11</sup>

Otra ventaja de la base triple es que las tres notaciones primitivas corresponden respectivamente a las tres partes de

---

11. En las últimas páginas de QUINE [6]. Para sistematizaciones que suponen la teoría de los tipos, véase [5].

la lógica que es conveniente desarrollar sucesivamente: la teoría de las funciones veritativas, la teoría de la cuantificación y la teoría de las clases. Así, en el sistema desarrollado en anteriores páginas, los principios propios de la teoría de las funciones veritativas están dados por R1 y R4; la teoría de la cuantificación se completa entonces añadiéndoles R2 y R5; y P1 y R3' (o R3) pertenecen a la teoría de clases. En cambio, en el sistema basado en la inclusión y la abstracción hay que presentar por fuerza las tres partes de la lógica intrincadas en una misma fundamentación mixta. Y hay una razón de peso en abono de la tendencia a desarrollar separadamente las tres partes de la lógica; esa razón es su contraste metodológico: la primera parte cuenta con un procedimiento decisorio, la segunda es completa, pero no decidible, y la tercera es incompleta.<sup>12</sup> Otra razón es que mientras las dos primeras partes pueden desarrollarse sin tener que suponer clases ni ningún otro tipo especial de entidades, la tercera parte no puede desarrollarse sin esas suposiciones;<sup>13</sup> por tanto, la separación de las tres partes permite separar también los compromisos o implicaciones ontológicas en cada caso. Una tercera razón es que mientras las dos primeras partes están ya codificadas en lo esencial, la tercera — la teoría de clases — se encuentra en un estadio especulativo. Para comparar las numerosas teorías de clases propuestas o que pueden proponerse es conveniente poder tomar como ya firme el fundamento común de la teoría de las funciones veritativas y de la teoría de la cuantificación, y limitar la atención a las variaciones de la teoría de las clases propiamente dicha. Los principales y diversos sistemas de la teoría de clases que no suponen la teoría de los tipos pueden conseguirse mediante modificaciones de R3'.

---

12. Explico brevemente estas cuestiones en [2], pp. 82, 190, 245 ss. Las investigaciones al respecto se deben principalmente a CHURCH [2] y GODEL.

13. Cfr. el ensayo siguiente.

Uno de esos sistemas, el de Zermelo, data de 1908. Su característica principal es la regla de *Aussonderung*:<sup>o</sup>

R3''. Si  $\varphi$  no contiene a 'x',  $(\exists x)(y)[y \in x \equiv (y \in z \cdot \varphi)]$  es un teorema.

Dada previamente cualquier clase  $z$ , R3'' asegura la existencia de la clase de los miembros de  $z$  que satisfacen cualquier condición deseada  $\varphi$ , estratificada o no. Esta regla nos permite inferir de la existencia de clases incluyentes la existencia de clases incluidas, pero no nos da ninguna clase con la que comenzar (excepto  $\wedge$ , que puede conseguirse tomando a  $\varphi$  como falso para todos los valores de 'y'). Por eso Zermelo tiene que complementar R3'' con otros postulados referentes a la existencia de clases. Así añade postulados especiales que garantizan la existencia de

$$(2) \quad \{x, y\}, \quad \hat{x}(\exists y)(x \in y \cdot y \in z), \quad \hat{x}(x \subset y)$$

Para esta teoría V no puede existir; pues si en R3'' se toma como  $z$  V, R3'' se reduciría a R3 y llevaría a la paradoja de Russell. Tampoco puede existir  $\neg z$  para cualquier  $z$ ; pues si existiera, existiría también  $\{z, \neg z\}$  en virtud de (2), y también por tanto  $\hat{x}(\exists y)(x \in y \cdot y \in \{z, \neg z\})$  que es V. Para el sistema de Zermelo, ninguna clase abarca más que una porción infinitesimal del universo de dicho sistema.

Otro sistema, debido a Neumann,<sup>14</sup> divide el universo en cosas que pueden ser miembros de clases y cosas que no pueden serlo. Llamaré *elementos* a las primeras. Hay que adoptar entonces postulados acerca del carácter de elemen-

<sup>o</sup> El término alemán *Aussonderung* significa "separación", "selección", y se refiere a la separación efectuada entre elementos de  $z$  que satisfacen  $\varphi$  y elementos de  $z$  que no satisfacen  $\varphi$ . *Aussonderung* no es empero el término utilizado en alemán para nombrar el axioma de elección (*Auswahlaxiom*). [N. del T.]

14. Su sistema ha sido reformulado por BERNAYS [2] en una forma muy análoga al esquema de este resumen.

to, para obtener que todo lo que existe para Zermelo sea elemento para Neumann. Se adoptan además otros postulados para la existencia de clases en general, sean elementos o no. El efecto de esos postulados consiste en garantizar la existencia de la clase de todos los *elementos* que satisfacen cualquier condición  $\varphi$  cuyas variables ligadas no pueden tomar como valores más que elementos.

Desde el tiempo en que se publicó por vez primera la parte principal del presente ensayo, el sistema basado en P1, R1-2, R3' y R4-5 ha sido citado en la literatura con la sigla NF ("New Foundations" — Nueva Fundamentación —, título de este ensayo); así lo citaremos también desde ahora. NF tiene algunas ventajas evidentes, comparado con el sistema de Zermelo, tanto por lo que hace a la cuestión de cuáles son las clases que existen para él como en lo que hace a la orientación de su regla de existencia de clases, que evita laboriosas construcciones. El sistema de von Neumann tiene sin embargo las mismas o mayores ventajas en cuanto a la cuestión de la existencia de clases; pero todo el laborioso trabajo que exigen las demostraciones de existencia de clases en el sistema de Zermelo pasa a las demostraciones del carácter de elemento en el sistema de von Neumann.

Resulta, además, que podemos multiplicar nuestras ventajas y obtener un sistema aun más fuerte y conveniente modificando NF en un sentido parecido al de la modificación del sistema de Zermelo por von Neumann. Llamaré ML al sistema resultante, que es el de mi *Mathematical Logic*.<sup>15</sup> En este sistema se sustituye R3' de NF por dos reglas: una sobre la existencia de clases, y otra sobre el carácter de elemento. La regla de existencia de clases asegura la existencia de la clase de todos los *elementos* que satisfacen cualquier condición  $\varphi$ , estratificada o no; simbólicamente, podemos de-

---

15. Edición revisada, con la importante corrección debida a WANG.

signarla simplemente por  $R3''$  con ' $y \varepsilon z$ ' sustituido por ' $(\exists z)(y \varepsilon z)$ '. La regla sobre el carácter de elemento asegura que tienen este carácter exactamente las clases que existen para NF.

La superioridad de ML sobre NF puede ilustrarse adecuadamente refiriéndose brevemente al tema de los números naturales, es decir, 0, 1, 2, 3, ... Supongamos que hemos definido de algún modo 0 y  $x + 1$ . Siguiendo a Frege [1], podemos definir entonces un número natural como algo que pertenece a toda clase  $y$  tal que  $y$  contiene a 0 y contiene a  $x + 1$  siempre que contenga a  $x$ . O sea, decir que  $z$  es un número natural es decir que

$$(3) \quad (y)([0 \varepsilon y \wedge (x)(x \varepsilon y \supset x + 1 \varepsilon y)] \supset z \varepsilon y).$$

Es obvio que (3) resulta verdadero tomando como valores de  $z$  cualquiera de la serie 0, 1, 2, 3, ... A la inversa, se afirma que (3) no resulta verdadero más que si se toma como valor de  $z$  0, o 1, o 2, o 3, ... El argumento al efecto consiste en tomar el  $y$  de (3) como la clase cuyos miembros son precisamente 0, 1, 2, 3, ... Pero ¿es correcto este argumento en NF? En un sistema como NF, en el cual unas clases supuestamente tales existen y otras no existen, podemos dudar perfectamente de que *haya* una clase cuyos miembros sean todos y sólo los 0, 1, 2, 3, ... Si esa clase no existe, (3) deja de ser una traducción adecuada de ' $z$  es un número natural'; (3) se hace entonces verdadero para otros valores de ' $z$ ' además de 0, 1, 2, 3, ... En ML, en cambio, en el que 0, 1, 2, 3, ... son elementos y todas las clases de elementos pueden suponerse existentes, no surge una incertidumbre de ese tipo.

Esa misma incertidumbre que acaba de ser expuesta en términos intuitivos se presenta también en NF al nivel de la demostración formal a propósito de la *inducción matemática*. La inducción matemática es la ley que dice que toda condición  $\varphi$  que vale para 0 y que, caso de valer para  $x$ , vale también para  $x + 1$ , vale para todo número natural. La de-

mostración lógica de esta ley procede simplemente mediante la definición de 'z es un número natural' según (3), y luego tomando  $y$  en (3) como la clase de cosas que satisfacen  $\varphi$ . Pero esa demostración falla en NF para una  $\varphi$  no estratificada, porque en este caso no tenemos la seguridad de que exista una clase compuesta exactamente por las cosas que satisfacen  $\varphi$ . En ML no se produce ese fallo, pues, dada una  $\varphi$  estratificada o no estratificada, ML garantiza la existencia de la clase de todos los elementos que satisfacen a  $\varphi$ .

La inducción matemática respecto de una condición  $\varphi$  no estratificada puede ser de importancia. Se presenta, por ejemplo, en la demostración de que no hay un último número natural, es decir, en la demostración de que  $z \neq z + 1$  para todo  $z$  que satisfaga (3). Este teorema se presenta en ML (†677) y equivale a decir (†670) que  $\wedge$  no satisface a (3). En NF podemos demostrar cada uno de los teoremas ' $\wedge \neq 0$ ', ' $\wedge \neq 1$ ', ' $\wedge \neq 2$ ', ' $\wedge \neq 3$ ', ... y cada uno de los teoremas ' $0 \neq 1$ ', ' $1 \neq 2$ ', ' $2 \neq 3$ ', ..., *ad infinitum*; pero no hay modo en NF de demostrar que  $\wedge$  no satisface a (3) o que  $z \neq z + 1$  para todo  $z$  satisface en cambio a (3).<sup>16</sup>

Por tanto, ML es esencialmente más fuerte que NF. Ahora bien, el aumento de fuerza lleva consigo también el aumento del riesgo de inconsistencia. El peligro es efectivamente real. La primera teoría de clases plena y rigurosamente desarrollada — la de Frege — resultó inconsistente con la aparición de la paradoja de Russell.<sup>17</sup> También se ha mostrado la inconsistencia de otras teorías más recientes de las clases, por medio de demostraciones más sutiles y laboriosas; tal fue, concretamente, el destino de la primera versión de ML.<sup>18</sup> Es por tanto importante buscar demostraciones de consistencia — aunque hay que reconocer que toda demostración

---

16. Más sobre este tema en QUINE [7]; allí se encontrarán referencias a ROSSER y WANG.

17. Cfr. FREGE [2], vol. 2, apéndice.

18. Cfr. ROSSER; KLEENE y ROSSER.

de consistencia es relativa en el sentido de que no podemos prestarle más confianza de la que prestamos al sistema lógico en cuyo seno se desarrolla la demostración de consistencia misma.

Es por tanto muy de agradecer la demostración de Wang de que ML tiene que ser consistente si lo es NF. Esto significa que no hay ninguna razón para privarnos del *confort* por el cual ML supera a NF. Al mismo tiempo, la demostración justifica que sigamos interesándonos por NF como instrumento para conseguir mayor evidencia de la consistencia de ML; pues NF, por ser más débil, debería resultar más cómodo para ulteriores pruebas de consistencia relativa. También valdría la pena hallar por ejemplo la demostración de que NF es consistente si lo es el sistema de von Neumann o, aún mejor, si lo es el de Zermelo.

Otra indicación de que NF es más débil que ML y de que debería ser más accesible a demostraciones de consistencia relativa: R3' — que es en realidad un haz infinito de postulados — resulta equivalente a una lista finita de postulados, según ha demostrado Hailperin. Su número es 11, pero el número no cuenta cuando es finito, pues los 11 o los que sean pueden ponerse en conjunción y formar un solo postulado, incluyendo por el mismo procedimiento a P1. Esto significa que NF se reduce exactamente a la teoría de las funciones veritativas, a la teoría de la cuantificación y un único postulado de teoría de clases. En cambio, no se ha descubierto ningún procedimiento para reducir ML a la teoría de las funciones veritativas, la teoría de la cuantificación y una lista finita de postulados de la teoría de clases.

En una página anterior sugeríamos que ML es respecto de NF como el sistema de von Neumann respecto del de Zermelo. Pero hay que observar que ML rebasa al sistema de von Neumann en cuanto a la existencia de clases. ML asegura la existencia de la clase de los elementos que satisfacen cualquier condición  $\varphi$ , mientras que en el sistema de von Neumann la existencia de la clase está sujeta a la condición

de que las variables ligadas de  $\varphi$  no puedan tomar como valores más que elementos. Se trata de una restricción importante, pues una consecuencia de ella es que el sistema de von Neumann, como ha mostrado Mostowski, tropieza con la misma dificultad respecto de la inducción matemática que fue observada para NF. En este sentido, pues, el sistema de von Neumann corresponde más a NF que a ML en cuanto a fuerza. La misma correspondencia queda sugerida por el hecho de que el sistema de von Neumann se parece a NF en el hecho de que es derivable de un conjunto finito de postulados además de la teoría de las funciones veritativas y la de la cuantificación. Así pues, ML destaca como una teoría de clases notablemente fuerte. Por eso es aún más interesante la demostración de Wang de la consistencia de ML en relación con NF.



## VI

### LA LÓGICA Y LA REIFICACIÓN DE LOS UNIVERSALES

#### 1

Hay quien opina que nuestra capacidad de entender términos generales y de percibir el parecido entre dos objetos sería inexplicable sin la existencia de los universales como objetos de aprehensión. Y hay, por otro lado, quien no ve el menor valor explicativo en esa apelación a un reino de entidades situadas por encima de los concretos objetos espacio-temporales.

Sin llegar a resolver esa cuestión, sería posible indicar ciertas formas de discurso que presuponen *explícitamente* entidades de un determinado tipo dado — digamos universales — y que pretenden tratar de ellas, y otras formas de discurso que no presuponen explícitamente esas entidades. Necesitamos algún criterio para poder describir así esos dos tipos de discurso, un criterio de compromiso o implicación ontológica, si es que queremos decir con sentido que tal o cual teoría dada depende de la aceptación de tales o cuales objetos o prescinde de ellos. Hemos visto antes<sup>1</sup> que ese criterio puede hallarse no en los términos singulares del discurso de que se trate ni en los nombres del mismo, sino en la cuantificación. Nos dedicaremos en estas páginas a un estudio más detallado de este punto.

---

1. Pp. 38 ss.

Los cuantificadores ' $(\exists x)$ ' y ' $(x)$ ' significan respectivamente 'hay cierta entidad  $x$  tal que' y 'toda entidad  $x$  es tal que'. La letra ' $x$ ', llamada variable ligada, es aquí más o menos un pronombre; se usa en el cuantificador para afirmar la cuantificación en su referencia, y luego se usa en el texto ulterior para referirse retrospectivamente al cuantificador apropiado. La conexión entre cuantificación y entidades ajenas al lenguaje, sean universales o particulares, consiste en el hecho de que la verdad o la falsedad de un enunciado cuantificado depende generalmente en parte de lo que admitamos en el campo de entidades a que apelan frases como 'cierta entidad  $x$ ' y 'toda entidad  $x$ ', que es el campo de valores de la variable. Decir que la matemática clásica trata de universales o afirmar que existen universales significa simplemente sostener que la matemática clásica exige universales como valores de sus variables ligadas. Cuando decimos, por ejemplo,

$$(\exists x)(x \text{ es primo} \cdot x > 1.000.000),$$

significamos que *hay* algo que es primo y que es mayor que un millón; y una entidad de este tipo es un número y, por tanto, un universal. En general, puede decirse que *una teoría asume una entidad si y sólo si esta entidad debe incluirse entre los valores de las variables para que los enunciados afirmados en la teoría sean verdaderos*.

No estoy sugiriendo con esto una dependencia del ser respecto del lenguaje. No estamos, en efecto, considerando la real situación ontológica, sino el compromiso, la implicación ontológica de un discurso. Lo que hay en el mundo no depende en general de nuestro uso del lenguaje, pero sí depende de éste lo que podemos decir que hay.

El anterior criterio para determinar el compromiso ontológico se aplica ante todo al discurso, y no a los hombres. Un hombre puede desligarse de las implicaciones ontológicas de su discurso tomando, por ejemplo, una actitud de frivolidad. El padre que cuenta la historia de la Cenicienta no

está más obligado a admitir en su ontología un hada buena y una calabaza que se convierte en carroza que a admitir la verdad del cuento. Otro caso bastante más serio en el que un hombre se desliga de las implicaciones ontológicas de su discurso es el siguiente: dado un determinado uso de la cuantificación que implica *prima facie* el compromiso ontológico con determinados objetos, se muestra que ese uso puede desarrollarse hasta conseguirse una locución libre de tales compromisos. (Véase, por ejemplo, § 4, *infra*.) En este caso, los objetos aparentemente presupuestos pueden justamente considerarse explicados como ficciones convenientes o maneras de hablar.

Los contextos de cuantificación, ' $(x)(\dots x\dots)$ ' y ' $(\exists x)(\dots x\dots)$ ', no son los únicos modos de aparición de una variable ' $x$ ' en el discurso. La variable es también esencial a la locución de la descripción singular, 'el objeto  $x$  tal que...', a la de la abstracción de clases, 'la clase de todos los objetos  $x$ , tales que...' y a otras. No obstante, el uso cuantificacional de las variables es exhaustivo en el sentido de que todo uso de variables ligadas es *reducible* a él. Todo enunciado que contiene una variable puede traducirse, mediante reglas conocidas, a un enunciado en el cual la variable no está usada más que cuantificacionalmente.<sup>2</sup> Todos los demás usos de las variables ligadas pueden por tanto explicarse como abreviaturas de contextos en los cuales las variables no figuran más que como variables de cuantificación.

También es verdad que todo enunciado que contiene variables puede traducirse, mediante otras reglas, a un enunciado en el que las variables no se usan más que para la abstracción de clases;<sup>3</sup> y también, mediante otras reglas, puede traducirse a un enunciado en el que las variables no se usan más que en abstracción funcional (como ocurre en Church [1]). Cualquiera que sea el papel de las variables

---

2. Cfr. *supra*, pp. 131 ss.

3. Cfr. *supra*, pp. 142 s.

que se considere fundamental, siempre se podrá sostener el criterio de compromiso ontológico dado antes en cursiva.

Un ingenioso sistema inventado por Schönfinkel y desarrollado por Curry y otros permite prescindir de variables recurriendo a un sistema de constantes, llamadas combinadores, que expresan ciertas funciones lógicas. El anterior criterio de compromiso ontológico no es, naturalmente, aplicable a un discurso combinatorio. No obstante, una vez conocido el método sistemático para traducir en los dos sentidos enunciados de lógica combinatoria y enunciados que usan variables, no es difícil arbitrar un criterio análogo de compromiso ontológico para el discurso combinatorio. Con ese método, las entidades presupuestas por enunciados que usan combinadores resultan ser las mismas que hay que admitir como argumentos o valores de las funciones para que los enunciados en cuestión sean verdaderos.

Pero nuestro criterio de compromiso ontológico se aplica primaria y fundamentalmente a la corriente forma cuantificacional del discurso. El insistir en la corrección del criterio en su aplicación equivale simplemente a decir que no hay diferencia entre el 'hay' de 'hay universales', 'hay unicornios', 'hay hipopótamos' y el 'hay' de '( $\exists x$ )', 'hay entidades  $x$  tales que'. Rechazar el criterio en su aplicación al corriente discurso cuantificacional equivale simplemente a decir, o bien que la notación cuantificacional corriente se quiere usar en algún nuevo sentido (supuesto que no es el que nos interesa), o bien que el corriente 'hay' de 'hay universales' *et al.* se quiere usar en algún sentido nuevo (lo cual no nos interesa tampoco).

Si lo que nos interesa es un criterio para poder orientarnos al apreciar los compromisos ontológicos de una u otra de nuestras teorías y para alterar esos compromisos mediante una revisión de las mismas, el criterio que hemos dado es útil para nuestros fines, pues la forma cuantificacional es una forma general conveniente y apta para formular en ella cualquier teoría. Si preferimos otra forma lingüística, la combinatoria, por ejemplo, podemos seguir usando nuestro cri-

terio de compromiso ontológico si admitimos apropiadas correlaciones sistemáticas entre locuciones del lenguaje aberrante y locuciones del habitual lenguaje de la cuantificación.

Otra cosa es el uso polémico del criterio. Consideremos el caso del hombre que afirma repudiar los universales y a pesar de ello usa sin el menor escrúpulo todo el aparato discursivo que se permite el más desenfrenado de los platonistas. Si le aplicamos nuestro criterio de compromiso ontológico, protestará diciendo que esos desagradables compromisos que le imputamos dependen de interpretaciones de sus enunciados que él no pretende sostener. Desde un punto de vista abogacil, su posición es inexpugnable, mientras se niegue a darnos una traducción que nos permita entender qué es lo que se propone. No puede, en efecto, sorprender que no sepamos decir qué objetos presupone un determinado discurso si no tenemos la menor idea de cómo se puede traducir ese discurso al tipo de lenguaje al que pertenece la locución 'hay'.

Hay también los campeones filosóficos del lenguaje común. El 'hay' pertenece también a su lenguaje, y hasta con énfasis. Pero esos campeones del lenguaje común miran con desconfianza un criterio de compromiso ontológico que da lugar a una traducción, real o imaginaria, de sus enunciados a la forma cuantificacional. La dificultad consiste esta vez en que el uso idiomático de 'hay' en el lenguaje ordinario no conoce límites comparables a los que razonablemente pueden admitirse en el discurso científico cuidadosamente formulado en términos cuantificacionales. La preocupación filológica por el uso no filosófico de las palabras es sin duda cosa imprescindible en muchas investigaciones valiosas; pero ese punto de vista pasa por alto, como irrelevante, un importante aspecto del análisis filosófico, a saber, el aspecto creador implicado en el progresivo refinamiento del lenguaje científico. Por este aspecto del análisis filosófico, se acepta toda revisión de las formas y los usos notacionales que simplifique teoría, facilite cálculo o elimine perplejidad filosófica, siempre que

los enunciados científicos puedan traducirse al nuevo idioma revisado sin pérdida de contenido relevante para la empresa científica. El lenguaje ordinario sigue siendo de todos modos fundamental, no sólo genéticamente, sino también como medio para la clarificación última — aunque sea mediante paráfrasis muy complicadas — de esos otros usos más artificiales. Pero cuando exponemos las leyes de la inferencia lógica, o el análisis del número entero por Frege, o el del número real por Dedekind, o el del concepto de límite por Weierstrass, o la teoría de la descripción singular de Russell, lo que nos ocupa no es el lenguaje ordinario, sino algún afinamiento propuesto del lenguaje científico.<sup>4</sup> Sólo en este sentido, por referencia a alguna esquematización lógica real o imaginada de alguna parte de la ciencia, podemos preguntarnos con toda propiedad por presupuestos ontológicos. Los filósofos devotos del lenguaje ordinario tienen razón al dudar de la adecuación última de cualquier criterio de presupuesto ontológico en el lenguaje ordinario, pero yerran al suponer que tampoco pueda hacerse nada más en ningún otro contexto acerca de la cuestión filosófica de los presupuestos ontológicos.

De un modo más laxo, podemos también hablar a menudo de presupuestos ontológicos al nivel del lenguaje ordinario, pero esto no tiene sentido más que en la medida en que imaginemos algún procedimiento apto y fácil para esquematizar el discurso en cuestión en términos cuantificacionales. En este punto el 'hay' del lenguaje ordinario presta sus servicios como guía falible — y demasiado falible si llevamos adelante la investigación como filólogos puros, sin tener en cuenta los caminos, más transitables, de la esquematización lógica.

Puestos ante un lenguaje  $L$  que nos sea realmente ajeno, puede ocurrir que a pesar de todos los esfuerzos por penetrar simpatéticamente en él, nos sea imposible precisar, ni siquiera

---

4. Cfr. *infra*, pp. 236.

ra grosera y remotamente, sus compromisos ontológicos. Puede ocurrir que no exista ningún procedimiento objetivo para correlacionar  $L$  con nuestro tipo familiar de lenguaje de un modo que sirva para determinar en  $L$  algún análogo preciso de la cuantificación o del 'hay'. Esa correlación puede ser imposible incluso para un hombre que domine naturalmente los dos lenguajes y que pueda traducirlos en los dos sentidos, por párrafos enteros, al nivel, por ejemplo, de los asuntos prácticos. En este caso, la busca de implicaciones ontológicas de  $L$  se limita simplemente a proyectar un rasgo provincial del esquema conceptual de nuestra cultura más allá de su verdadero campo de relevancia. La entidad, la objetualidad, son ajenas al esquema conceptual de los que hablan  $L$ .

## 2

En la lógica cuantificacional, tal como se formula ordinariamente, se proponen principios del siguiente estilo:

$$(1) \quad [(x) Fx \supset Gx] \quad (\exists x) Fx \supset (\exists x)Gx.$$

' $Fx$ ' y ' $Gx$ ' ocupan el lugar de enunciados, por ejemplo, ' $x$  es una ballena' y ' $x$  nada'. Las letras ' $F$ ' y ' $G$ ' se consideran a veces como variables que toman como valores atributos o clases, por ejemplo, la balleneidad y la natatoriedad, o la clase de las ballenas y la clase de las cosas que nadan. Ahora bien, lo único que distingue a los atributos de las clases es que mientras las clases son idénticas (la misma) cuando tienen los mismos miembros, los atributos pueden ser distintos aun cuando se presenten en las mismas cosas y sólo en ellas. Consecuentemente, si aplicamos la máxima de la identificación de los indiscernibles<sup>5</sup> a la teoría de la cuantificación,

5. Cfr. *supra*, p. 112.

nos vemos movidos a construir clases, en vez de atributos, como valores de 'F', 'G', etc. Las expresiones constantes cuyos lugares ocupan 'F', 'G', etc. — es decir, predicados o términos generales tales como 'es una ballena' o 'nada' — deben entonces considerarse nombres de clases, pues las cosas en lugar de cuyos nombres se ponen variables son valores de esas variables. Se debe a Church [6] la interesante y ulterior indicación de que puesto que los predicados nombran clases, pueden considerarse también como con atributos, en vez de sus significaciones.

Pero el procedimiento mejor es otro. Podemos considerar (1) y otras formas válidas análogas como meros esquemas o diagramas que dan la forma de varios enunciados verdaderos, por ejemplo:

$$(2) [(x) (x \text{ tiene masa} \supset x \text{ es extensa}) \cdot (\exists x) (x \text{ tiene masa})] \\ \supset (\exists x) (x \text{ es extensa}).$$

No hay necesidad de considerar el 'tiene masa' y el 'es extensa' de (2) como nombres de clases ni de ninguna otra cosa, ni tampoco es necesario considerar la 'F' y la 'G' de (1) como variables que toman como valores clases ni ninguna otra cosa. Recordemos nuestro criterio de compromiso ontológico: una entidad está presupuesto por una teoría si y sólo si es necesaria entre los valores de las variables ligadas para que los enunciados afirmados en la teoría sean verdaderos. 'F' y 'G' no son variables ligables: por tanto, deben considerarse simplemente como falsos predicados, como huecos en un diagrama de enunciado.

En la parte más elemental de la lógica, que es la lógica de las funciones veritativas,<sup>6</sup> se proponen generalmente principios con 'p', 'q', etc., en el lugar de enunciados compuestos; por ejemplo, '[(p  $\supset$  q)  $\cdot$   $\sim$  q]  $\supset$   $\sim$  p'. Las letras 'p', 'q', etc., se conciben a veces como variables que toman como

6. Cfr. *supra*, p. 130.

valores entidades de cierto tipo; y puesto que las expresiones constantes en cuyo lugar están 'p', 'q', etc., son enunciados, esos supuestos valores tienen que ser entidades de las cuales sean nombres los enunciados. Estas entidades se llaman a veces *proposiciones*. En este uso la palabra 'proposición' no es un sinónimo de 'afirmación' o 'enunciado' (como ocurre generalmente), sino que se refiere más bien a hipotéticas entidades abstractas de algún tipo. Otra solución — la de Frege señaladamente [3] — consiste en concebir los enunciados como nombres de una u otra de dos únicas entidades, los llamados valores veritativos, que son lo verdadero y lo falso. Las dos soluciones son artificiales, pero la de Frege es preferible por su conformidad con la máxima de identificación de los indiscernibles. Si hay que quedarse con las proposiciones, es mejor considerarlas, como indicó Frege, *significaciones* de los enunciados, y no como lo nombrado por los enunciados.

Pero el mejor procedimiento es volver a la opinión de sentido común, según la cual los nombres son un tipo de expresión, y los enunciados son otro. No hay necesidad de considerar los enunciados como nombres, ni de considerar a 'p', 'q', etc., como variables que toman como valores entidades nombradas por enunciados; pues 'p', 'q', etc., no se usan como variables ligadas sujetas a cuantificación. Podemos considerar 'p', 'q', etc., como letras esquemáticas comparables a 'F', 'G', etc.; y podemos considerar  $[(p \supset q) \cdot \sim q] \supset \sim p$ , igual que (1), no como un enunciado, sino como un esquema o diagrama tal que todos los enunciados de esa forma esquemática son verdaderos. Las letras esquemáticas 'p', 'q', etc., están en el esquema para ocupar el lugar de enunciados componentes, igual que las letras esquemáticas 'F' 'G', etc., están en los esquemas para ocupar el lugar de predicados; y no hay en la lógica de las funciones veritativas ni en la cuantificacional nada que nos obligue a considerar enunciados o predicados como nombres de entidades, ni a considerar esas letras esquemáticas como varia-

bles que toman entidades como valores. Sólo la variable ligada exige valores.

Interrumpamos ahora nuestra marcha para aclarar completamente y sin prisas algunas distinciones esenciales. Consideremos las siguientes expresiones:

$$x + 3 > 7, \quad (x) (Fx \supset p).$$

La primera de ellas es un enunciado, pero no un enunciado propiamente dicho — que es un enunciado *cerrado* —, a causa de que tiene una variable libre, 'x'; es un enunciado abierto que puede presentarse en un contexto cuantificado siendo entonces parte de un enunciado cerrado. La otra expresión, '(x) (Fx  $\supset$  p)', no es un enunciado de ninguna clase, ni abierto ni cerrado, sino un esquema, si es que adoptamos ante 'F' y 'p' la actitud recomendada en el párrafo anterior. El esquema '(x) (Fx  $\supset$  p)' no puede insertarse en un contexto cuantificado para que se convierta en parte de un enunciado cerrado, pues las letras esquemáticas no son variables ligables.

La letra 'x' es una variable ligable, cuyos valores podemos suponer por el momento, y por el ejemplo ' $x + 3 > 7$ ', que son números. La variable ocupa pues el *lugar de nombres* de número, por ejemplo, de cifras arábigas; los *valores* de la variable son los números mismos. Ahora bien: igual que la letra 'x' está en lugar de cifras (o de otros nombres de números), la letra 'p' está en lugar de enunciados (de enunciados en general). Si los enunciados, al igual que las cifras, se consideran nombres de ciertas entidades y 'p' se considera, como 'x', una variable ligable, entonces los *valores* de 'p' serían las entidades cuyos nombres fueran los enunciados. Pero si tratamos 'p' como una letra esquemática, como un enunciado vacío no ligable, suprimimos la idea de que los enunciados nombren. Sigue siendo verdad que 'p' está en lugar de enunciados igual que 'x' está en lugar de cifras; pero mientras que la variable ligable 'x' tiene números como

valores, el signo no ligable ' $p$ ' no tiene valores en absoluto. Las letras no son genuinas variables, que exigen un reino de objetos como valores, más que si es permisible ligarlas de tal modo que se originen verdaderos enunciados acerca de esos objetos.

' $F$ ' se encuentra en el mismo caso que ' $p$ '. Si se conciben los predicados como nombres de ciertas entidades y ' $F$ ' se trata como una variable ligable, entonces los valores de ' $F$ ' son las entidades de las cuales son nombres los predicados. Pero si tratamos ' $F$ ' como una letra esquemática, como un predicado vacío y no ligable, suprimimos también la idea de que los predicados nombran y la de valores de ' $F$ '. ' $F$ ' está simplemente en lugar de predicados, o, para decirlo más fundamentalmente, ' $Fx$ ' está en lugar de enunciados.

Si no fuera porque nos interesa poder usar ' $x$ ' explícita o implícitamente en cuantificadores, el estatuto esquemático propuesto para ' $p$ ' y para ' $F$ ' sería igualmente aplicable a ' $x$ '. Ello equivaldría a tratar a ' $x$ ' en ' $x + 3 > 7$ ' y en contextos similares como un numeral o cifra vacía, eliminando la idea de que hay números nombrados por esas cifras. En este supuesto ' $x + 3 > 7$ ' sería, igual que ' $(x)(Fx \supset p)$ ', un mero esquema o enunciado vacío que incorpora la forma de enunciados propiamente dichos, como ' $2 + 3 > 7$ ', pero sin poderse cuantificar para constituir un enunciado.

Las dos expresiones consideradas, ' $x + 3 > 7$ ' y ' $(x)(Fx \supset p)$ ', tienen un estatuto radicalmente diverso del de una expresión como

$$(3) \quad (\exists \alpha) (\varphi \vee \psi),$$

entendida en el sentido del ensayo V. (3) ocupa, por así decirlo, un nivel semántico situado inmediatamente por encima del de ' $x + 3 > 7$ ' y ' $(x)(Fx \supset p)$ ': (3) se presenta como nombre *de* un enunciado, o por lo menos lo es en cuanto que especificamos una determinada elección de expresiones como relata de las letras griegas. En cambio, un esquema

como  $(x)(Fx \supset p)$  no es nombre de un enunciado ni nombre de ninguna otra cosa; es *él mismo* un pseudo-enunciado arbitrado expresamente para manifestar una forma propia de varios enunciados. Esquema es a enunciado no como nombre a objeto, sino como la ranura a la ficha.

Las letras griegas son variables, como 'x', pero variables dentro de una determinada porción del lenguaje especialmente destinada a hablar *acerca* del lenguaje. Hemos considerado a 'x' como una variable que toma como valores números, y está, por tanto, en el lugar de nombres de números; las letras griegas son en cambio variables que toman como valores enunciados u otras expresiones, y están pues en el lugar de *nombres* de esas expresiones (esos nombres pueden ser, por ejemplo, las mismas expresiones entre comillas). Nótese que las letras griegas son genuinas variables ligables, accesibles a cuantificadores que pueden formularse verbalmente como 'cualquiera que sea el enunciado  $\varphi$ ' o 'hay un enunciado  $\psi$ , tal que'.

Así pues, ' $\varphi$ ' se diferencia de ' $p$ ' por dos motivos principales. En primer lugar, ' $\varphi$ ' es una variable que toma enunciados como valores; ' $p$ ', construida como esquema, no es una variable (en el sentido de algo que toma valores). En segundo lugar, ' $\varphi$ ' es sustantivo desde el punto de vista gramatical, y ocupa el lugar de nombres de enunciados; ' $p$ ' es en cambio una oración desde el punto de vista gramatical, y ocupa el lugar de enunciados.

Esta última diferencia queda peligrosamente desdibujada por el uso (3), el cual presenta las letras griegas ' $\varphi$ ' y ' $\psi$ ' en posiciones de enunciado más que de sustantivos. Pero este uso sería un sinsentido excepto por lo que hace a la especial y artificial convención del ensayo V (p. 128) acerca de la inclusión de letras griegas entre signos del lenguaje lógico. Según aquella convención (3) es un procedimiento abreviado para formular el inequívoco sustantivo:

el resultado de colocar la variable  $\alpha$  y los enunciados  $\varphi$  y  $\psi$  en los huecos respectivos de  $(\exists \quad)(\quad \vee)$ .

Está claro que en este caso las letras griegas se presentan en posiciones de nombres (que refieren a una variable y a dos enunciados), y que el conjunto es a su vez un nombre. En algunos de mis escritos — en [1] por ejemplo — he insistido en la conveniencia de corregir el equívoco uso (3) mediante un expediente claro y seguro, que es un tipo modificado de comillas:

$$\ulcorner (\exists \alpha) (\varphi \vee \psi) \urcorner .$$

Esas comillas dan adecuadamente la impresión buscada de que el conjunto, igual que un entrecorillado corriente, es un sustantivo que refiere a una expresión; también aíslan de un modo muy visible las porciones de texto en el que el uso combinado de letras griegas y signos lógicos debe construirse de esa manera un tanto anormal. No obstante, la mayor parte de la literatura omite esas comillas. La costumbre de la mayoría de los lógicos atentos a mantener gráficamente las distinciones semánticas es el ejemplificado en el ensayo V (aunque la mayoría de las veces con letras góticas o con latinas en negrita en vez de las letras griegas que hemos usado).

Baste con esto acerca del uso de letras griegas. Volverán a presentársenos como expediente práctico en los §§5-6, pero en este momento lo que importa es precisar que no es una cuestión de importancia. La distinción que realmente nos interesa en estas páginas es la distinción entre enunciado y esquema, y ésta no es una distinción entre el uso y la mención de las expresiones; su importancia es de otra naturaleza. La importancia del hecho de tratar a 'p', 'q', etc., 'F', 'G', etc., como esquemas y no como variables ligables consiste en que a causa de ello (a) nos está prohibido sujetar esas letras a cuantificación, y (b) nos ahorramos el tener que considerar los enunciados y los predicados como nombres de ciertas cosas.

## 3

En este punto el lector pensará seguramente que la inclinación a establecer que el estatuto de ' $p$ ', ' $q$ ', etc., ' $F$ ', ' $G$ ', etc., es el de esquemas se inspira en la negativa a admitir entidades tales como las clases o los valores veritativos. Pero eso no es verdad. Puede haber buenas razones, como veremos ahora, para admitir tales entidades y para admitir nombres de las mismas y variables ligables que toman dichas entidades — ante todo clases — como valores. A lo que realmente objeto y me opongo es a la actitud que consiste en tratar enunciados y predicados como nombres de esas entidades o de cualesquiera otras y en identificar así las ' $p$ ', ' $q$ ', etc., de la teoría de las funciones veritativas y las ' $F$ ', ' $G$ ', etc., de la teoría de la cuantificación con variables ligables. Para variables ligables contamos con ' $x$ ', ' $y$ ', etc., y si se desea una distinción entre variables para individuos y variables para clases o para valores veritativos podemos añadir otros alfabetos distintos; pero hay razones también para preservar un estatuto de esquema para ' $p$ ', ' $q$ ', etc., ' $F$ ', ' $G$ ', etc.

Una razón es que el construir ' $Fx$ ' como la afirmación de la pertenencia de  $x$  a una clase puede dar lugar, en muchas teorías de clases, a un callejón sin salida técnico. Pues hay teorías de las clases en las que no toda condición formulable y puesta a  $x$  determina una clase, y otras teorías en las que no todo objeto puede tomarse como miembro de una clase en general.<sup>7</sup> En una tal teoría ' $Fx$ ' puede representar una condición cualquiera impuesta a cualquier objeto  $x$ , mientras que éste no es el caso para ' $x \in y$ ', que tendrá que atenerse a las restricciones aludidas.

Pero la principal desventaja de la asimilación de las letras esquemáticas a las variables ligadas es que da lugar a

---

7. Cfr., por ejemplo, pp. 142, 144 ss., *supra*.

una falsa explicación de los compromisos ontológicos de la mayor parte de nuestro discurso. Cuando decimos que algunos perros son blancos,

$$(4) \quad (\exists x)(x \text{ es un perro} \cdot x \text{ es blanco}),$$

no nos comprometemos a admitir entidades abstractas tales como la perreidad o la clase de las cosas blancas.<sup>8</sup> Es por tanto erróneo construir las palabras 'perro' y 'blanco' como nombres de tales entidades. Mas precisamente eso es lo que hacemos si al representar la forma de (4) mediante ' $(\exists x)(Fx \cdot Gx)$ ', concebimos ' $F$ ' y ' $G$ ' como variables de clases y ligables.

Si realmente deseamos contar con variables de clases que sean ligables, podemos, naturalmente, pasar a la forma explícita ' $(\exists x)(x \in y \cdot x \in z)$ '. (También podemos usar un estilo gráfico-notacional propio para variables de clases, en vez de usar, simplemente, ' $y$ ' y ' $z$ '). Y aunque no reconocemos que los términos generales 'perro' y 'blanco' sean nombres de la especie perro y de la clase de las cosas blancas, no nos será difícil hallar nombres de tales entidades abstractas en el momento en que los necesitemos: tendremos los términos singulares 'especie perro' y 'la clase de las cosas blancas'. Los términos singulares que nombran o denotan entidades pueden perfectamente sustituir a variables que admiten esas entidades como valores; según esto, tenemos:

$$(5) \quad (\exists x)(x \in \text{especie perro} \cdot x \in \text{clase de las cosas blancas})$$

como instancia particular de la forma ' $(\exists x)(x \in y \cdot x \in z)$ '. Al igual que (4), (5) es pues una instancia particular de la forma ' $(\exists x)(Fx \cdot Gx)$ ', pero, en cambio (4), no es una instancia de la forma ' $(\exists x)(x \in y \cdot x \in z)$ '.

Admito que (4) y (5) tomados en su conjunto son enun-

8. Cfr. *supra*, p. 40.

ciados equivalentes. Pero difieren en que (4) pertenece plenamente a la parte del lenguaje que es neutral respecto de la cuestión de la existencia de clases mientras que (5) está hecho a la medida de aquella parte superior del lenguaje en la cual se suponen clases como valores de variables. Concretamente (5), resulta ser un espécimen degenerado de esa parte superior del lenguaje, y ello en dos respectos: no tiene en realidad una cuantificación que afecte a clases y, además, tomado como un enunciado completo, es equivalente a (4), es decir, a un enunciado de nivel inferior.

Ahora bien: hay que reconocer que la asimilación de las letras esquemáticas a las variables ligadas — asimilación contra la cual he estado lanzando mis invectivas — tiene su utilidad cuando deseamos pasar del dominio ontológicamente inocente de la lógica elemental a la teoría de las clases o de otras entidades abstractas, si es que debemos realizar ese paso con algún instrumental adecuado. Ciertamente que el procedimiento puede resultar deseable por un deseo de ocultación muy poco admirable igual que por un motivo, más valioso, de investigación: el deseo de especular acerca de los orígenes de las nociones. Guiado por este último deseo, aprovecharé efectivamente el procedimiento en los §§4-5. Pero si el procedimiento es útil, ello se debe precisamente a sus defectos.

El hecho de que las clases *son* universales o entidades abstractas se disimula a veces hablando de las clases como de meros agregados o colecciones, comparando, por ejemplo, una clase de piedras con un montón de piedras. El montón es sin duda un objeto concreto, tan concreto como las piedras que lo constituyen; pero la clase de piedras contenida en el montón no puede identificarse con el montón mismo. Pues si así pudiera hacerse, entonces también podría identificarse con el montón otra clase, por ejemplo, la clase de las moléculas de las piedras del montón. Ahora bien, en realidad esas dos clases deben considerarse distintas, porque, por ejemplo, nos interesará decir que la una tiene exac-

tamente cien miembros, y la otra trillones de miembros. Las clases, en resolución, son entidades abstractas; podemos llamarlas, si queremos, agregados o colecciones, pero lo que son es universales — si realmente *son* clases.

Hay ocasiones que exigen imperiosamente hablar acerca de clases.<sup>9</sup> Una de esas ocasiones es por ejemplo la definición de antepasado en términos de progenitor, según el método de Frege:  $x$  es antepasado de  $y$  si  $x$  pertenece a *toda clase* que contenga a  $y$  y a todos los progenitores de sus propios miembros.<sup>10</sup> Hay pues serios motivos para cuantificar sobre clases; y en la misma medida hay lugar para términos singulares que denoten clases — términos singulares como 'especie perro' y 'la clase de los antepasados de Napoleón'.

Negar a los términos generales o predicados el estatuto de nombres de clases no equivale a negar que a menudo (o siempre, aparte de los universos de la teoría de clases indicados unas páginas más atrás) hay ciertas clases en conexión con predicados por modos diversos de la denotación. Se presentan por ejemplo ocasiones de hablar de la *extensión* de un término general o predicado — entendiendo por tal la clase de todas las cosas de las cuales es verdadero el predicado. Una tal ocasión se presenta en el estudio del tema de la validez de esquemas en la teoría pura de la cuantificación, pues un esquema cuantificacional es válido cuando resulta verdadero para todos los valores de sus variables libres (pero ligables) bajo todas las atribuciones de clases como extensiones a las letras predicativas esquemáticas. Así pues, la teoría general de la validez cuantificacional apela a las clases, pero los enunciados particulares representados por los esquemas de la cuantificación no tienen por qué apelar a ellas; por sí mismo, el enunciado (4) no implica ninguna apelación a la abstracta extensión de un predicado.

---

9. Cfr. *supra*, pp. 39 ss.

10. Obsérvese la analogía entre esta definición y [3] de la p. 148.

Del mismo modo se presenta en la teoría de la validez de enunciados la ocasión de hablar de los valores veritativos de enunciados, por ejemplo, al definir la validez veritativo-funcional. Pero no por ello resulta necesario tratar los enunciados mismos como nombres de esos valores, ni como nombres en general. Si lo único que hacemos es afirmar un enunciado, no tenemos ninguna necesidad de apelar a una entidad como un valor veritativo a menos que resulte que el enunciado mismo tiene ese objeto.

No obstante, en algunos sistemas especiales puede resultar conveniente y elegante reconstruir los enunciados como nombres — por ejemplo, como nombres de 2 y de 1, como es el caso en el sistema de Church [1]. Pero probablemente la mejor interpretación de esa operación consiste en considerarla como un expediente para conseguir que nombres de 2 y de 1 sean útiles para los fines de los enunciados en el sistema especial de que se trate; y no tengo nada que objetar al procedimiento. Análogamente puede interpretarse el procedimiento de Frege como un expediente para conseguir que sus términos singulares, más la pertenencia, trabajen como términos generales; y tampoco tengo nada que objetar a este procedimiento entendido meramente como un medio para absorber la lógica elemental en un determinado sistema de lógica superior y con fines de elegancia. Pero, dejando aparte sistemas especiales, es obviamente deseable analizar el discurso de tal modo que no haya que imputar especiales presupuestos ontológicos a porciones del discurso que son plenamente inocentes en este campo.

El tronco principal del razonamiento lógico se produce a un nivel que no presupone entidades abstractas. Ese razonamiento procede la mayor parte de las veces mediante la teoría de la cuantificación, cuyas leyes pueden representarse por esquemas que no suponen cuantificación de variables de clases. Mucho de lo que comúnmente se formula en términos de clases, relaciones y hasta números puede fácilmente reformularse esquemáticamente en el seno de la teoría

de la cuantificación, acaso con el añadido de la teoría de la identidad.<sup>11</sup> Por eso considero que es un defecto de la teoría de la referencia — cuando se construye con una finalidad general — representar nuestra situación como si desde el primer momento estuviéramos refiriéndonos a entidades abstractas, y no sólo a partir del momento en el que realmente esa referencia tiene un alcance buscado y necesario. De aquí mi deseo de mantener una clara distinción entre términos generales y términos singulares abstractos.

Pero incluso en la teoría de la validez resulta en última instancia que puede evitarse o eliminarse la apelación a valores veritativos de enunciados y a extensiones de predicados. Pues la validez veritativo-funcional puede ser nuevamente definida por el corriente método tabular de cómputo, y en la teoría de la cuantificación la validez puede ser redefinida apelando exclusivamente a las reglas de demostración (puesto que Godel [1] demostró que son completas). Este es un buen ejemplo de eliminación de presupuestos ontológicos en un determinado dominio.

Creo que es en general importante mostrar cómo los objetivos de un determinado sector de la matemática pueden alcanzarse con una ontología reducida, igual que es importante mostrar cómo puede conseguirse por procedimientos constructivos una demostración matemática que inicialmente no era constructiva. El interés por el progreso en esta dirección no está determinado por una rabiosa intolerancia ante las entidades abstractas, igual que no lo está por una intolerancia para con la demostración no constructiva. Lo importante es comprender nuestro instrumento, darse plenamente cuenta de los diversos presupuestos de las varias partes de nuestra teoría y reducirlos siempre que podamos. Este es el mejor procedimiento para llegar a descubrir la completa eliminabilidad de algunos presupuestos ya sujetos por *ad hoc* y por no intuitivos.

---

11. Cfr. *infra* p. 186.

## 4

Puede ocurrir que resulte conveniente reconstruir una teoría que en realidad trata de individuos concretos como si tratara de universales; el método adecuado es el de la identificación de indiscernibles. Así, por ejemplo, considérese una teoría que estudia cuerpos materiales comparándolos desde el punto de vista de la longitud. Los valores de las variables ligadas son objetos físicos, y el único predicado es ' $L$ ', significando ' $Lxy$ ' ' $x$  es más largo que  $y$ '. En el caso de que se tenga  $\sim Lxy \cdot \sim Lyx$ , todo lo que en esa teoría pueda decirse válidamente de  $x$  se podrá decir también válidamente de  $y$ , y viceversa. Por tanto, es conveniente tratar ' $\sim Lxy \cdot \sim Lyx$ ' como ' $x = y$ '. Esa identificación equivale a tratar los valores de nuestras variables como universales, es decir, como longitudes, en vez de como objetos físicos.

Otro ejemplo de esa identificación de indiscernibles se obtiene en la teoría de las *inscripciones*, la cual es una sintaxis formal en la cual los valores de las variables ligadas son inscripciones concretas de signos. En esta teoría el predicado importante es ' $C$ ', significando ' $Cxyz$ ' que  $x$  consta de una parte notacional  $y$  seguida de una parte notacional  $z$ . En esta teoría la condición de intercambiabilidad o indiscernibilidad es la de igualdad notacional, que puede expresarse del modo siguiente:

$$(z) (w) (Czxw \equiv Cyzw \cdot Czwx = Czyw \cdot Czwx = Czyw).$$

Al tratar esa condición como ' $x = y$ ' convertimos nuestra teoría de las inscripciones en una teoría de las formas notacionales en la que los valores de las variables no son ya inscripciones individuales, sino las formas notacionales abstractas de las inscripciones.

Este método de abstraer universales es perfectamente conciliable con el nominalismo, la filosofía según la cual no hay en realidad universales. Porque con ese método los universa-

les pueden considerarse como meras maneras de hablar, a causa del uso metafórico del signo de identidad para cosas que realmente no son identidad, sino igualdad de longitud en un caso y semejanza notacional en el otro. Al abstraer universales por identificación de indiscernibles no hacemos más que volver a formular de otro modo el viejo sistema de entidades particulares.

Pero desgraciadamente este inocente tipo de abstracción es inadecuado para abstraer clases que no sean recíprocamente exclusivas. Pues cuando se abstrae una clase por este método, lo que determina su separación es la indiscernibilidad de sus miembros en los términos de la teoría en cuestión; por tanto, si hay solapadura de dos clases, éstas quedarán por este método irremisiblemente fundidas en una sola.

Otro modo más audaz de abstraer universales consiste en admitir en cuantificadores, como variables ligadas, letras que hasta el momento habían sido simplemente esquemáticas y no suponían compromiso ontológico alguno. Así, por ampliación de la teoría de las funciones veritativas mediante la introducción de cuantificadores ' $(p)$ ', ' $(q)$ ', ' $(\exists p)$ ', etc., terminamos con la posibilidad de considerar a esas letras como esquemáticas. Ahora tenemos que considerarlas como variables que toman como valores entidades apropiadas, a saber, proposiciones o, mejor, valores veritativos, como habrá quedado claro en las páginas anteriores de este ensayo. Así nos encontramos con una teoría que supone universales o entidades abstractas de tipo peculiar.

No obstante, también los cuantificadores ' $(p)$ ' y ' $(\exists p)$ ' resultan conciliables con el nominalismo si estamos trabajando con un sistema extensional.<sup>12</sup> Porque, siguiendo a Tarski [2], podemos construir ' $(p)(\dots p\dots)$ ' y ' $(\exists p)(\dots p\dots)$ ' (siendo ' $\dots p\dots$ ' un texto que contiene a ' $p$ ' en posición de enunciado componente) como abreviaciones, respectivamen-

---

12. Acerca de la extensionalidad véase *supra*, p. 62. Para una discusión de sistemas no extensionales véase el ensayo VIII.

te, de '...S...' y '...  $\sim$  S...', siendo 'S' la forma abreviada de un determinado enunciado arbitrariamente elegido. Si estamos trabajando con un sistema extensional, puede probarse que este artificial procedimiento de definir la cuantificación de '*p*', '*q*', etc., cumple con todas las leyes apropiadas. Lo que parecía ser un discurso cuantificado acerca de proposiciones o valores veritativos resulta así legitimado, desde un punto de vista nominalista, como mero modo de hablar. Lo que parecía ser un discurso en el cual los enunciados figuraban como nombres queda así explicado como una transcripción un tanto pintoresca de un discurso en el que no es tal el caso.

Pero la abstracción realizada por el procedimiento de ligar letras esquemáticas no es siempre tan fácil de reconciliar con el nominalismo. Si lo que ligamos son letras esquemáticas de la teoría de la cuantificación, realizamos una reificación de universales que no puede explicarse mediante ningún expediente análogo al de Tarski para la lógica proposicional. Estos universales son entidades de las cuales los predicados pueden considerarse nombres. Como se indicó en el §2, pueden concebirse como atributos o como clases, pero es preferible tomarlas por clases.

En el §3 se presentaron razones de peso para mantener una distinción notacional entre letras esquemáticas predicados, tales como '*F*' o '*Fx*', y variables ligadas usadas con '*ε*' y que deben tomar como valores clases. Las razones eran de claridad lógica y filosófica. Por estas mismas razones puede proponerse ahora la eliminación de la distinción, si lo que nos interesa es el aspecto genético. El paso ontológicamente crucial que consiste en poner un universo de clases o de otras entidades abstractas puede también contemplarse como gesto sin importancia y muy natural si se concibe como la mera operación de poner en cuantificadores letras que eran esquemáticas. Así admitimos a '*p*', sin ningún cambio, en cuantificadores hace un momento. Análogamente, con la intención de reproducir imaginativamente la génesis de la

teoría de las clases, vamos a considerar ahora detalladamente cómo nace esta teoría de la teoría de la cuantificación por el procedimiento de ligar letras predicativas esquemáticas.

## 5

Para empezar tenemos que conseguir un cuadro completo de la teoría de la cuantificación. Los esquemas cuantificacionales se construyen con componentes esquemáticos ' $p$ ', ' $q$ ', ' $Fx$ ', ' $Gx$ ', ' $Gy$ ', ' $Fxy$ ', etc., por medio de los cuantificadores ' $(x)$ ', ' $(y)$ ', ' $(\exists x)$ ', etc., y de los operadores verificativo-funcionales ' $\sim$ ', ' $\cdot$ ', ' $\vee$ ', ' $\supset$ ', ' $\equiv$ '.<sup>13</sup> Se conocen varias sistematizaciones de la teoría de la cuantificación, las cuales son completas en el sentido de que todos los esquemas válidos son teoremas. (Véase *supra*, § 3.) Uno de esos sistemas se compone de las reglas R1, R2, R4 y R5 del ensayo V, si reconstruimos las ' $\varphi$ ', ' $\psi$ ', ' $\chi$ ', y ' $\omega$ ' como referentes a esquemas cuantificacionales. Hay que incluir también las definiciones D1-6 de aquel ensayo.

Un principio importante de la teoría de la cuantificación consiste en que todas las ocurrencias de una letra predicativa seguida de variables pueden sustituirse por cualquier otra condición puesta a esas variables. Así, por ejemplo, podemos sustituir ' $Fx$ ' por cualquier esquema, por ejemplo, por ' $(y)(Gx \supset Hyx)$ ', siempre que hagamos sustituciones paralelas para ' $Fz$ ', ' $Fw$ ', etc.: ' $(y)(Gz \supset Hyz)$ ' y ' $(y)(Gw \supset Hyw)$ ' respectivamente en nuestro ejemplo, etc.<sup>14</sup> No es necesario incluir este principio en el sistema al mismo nivel que R1, R2, R4 y R5 por la sencilla razón de que su uso puede evitarse teóricamente del modo siguiente: en vez de sustituir, por ejemplo, en un teorema  $\varphi$ , ' $Fx$ ' por ' $(y)$

13. Cfr. *supra*, pp. 129.

14. Para una formulación más rigurosa de esta regla véase QUINE [2], § 25.

$(Gx \supset Hyx)$  para obtener el teorema  $\phi$ , podemos conseguir directamente  $\phi$  repitiendo la demostración hecha para  $\varphi$  pero con  $(y)(Gx \supset Hyx)$  en lugar de  $Fx$ .

Otro principio capital de la teoría de la cuantificación es el de la *generalización existencial*, el cual nos permite pasar de un teorema  $\varphi$  a un teorema  $(\exists x)\phi$ , siendo  $\varphi$  y  $\phi$  iguales excepto en que  $\phi$  contiene ocurrencias libres de 'y' en todos los lugares en que  $\varphi$  contiene ocurrencias libres de 'x'. Por ejemplo, de  $Fy \equiv Fy$  se puede obtener por generalización existencial  $(\exists x)(Fy \equiv Fx)$ . Tampoco este principio tiene que ponerse como R1, R2, R4 y R5 en cabeza del sistema, pues todo lo que puede hacerse mediante su uso puede hacerse también mediante una serie más compleja de aplicaciones de R1, R2, R4 (y D1-6).

Tampoco hay ninguna necesidad de atenerse a R1, R2, R4 y R5 como principios básicos para la obtención de esquemas cuantificacionales válidos, pues hay también otros conjuntos de reglas adecuados; <sup>15</sup> algunos de estos otros conjuntos incluyen la sustitución o la generalización existencial como principios básicos y prescinden de alguna de nuestras reglas R1, R2, R4 y R5.

La maniobra que consiste en ampliar la cuantificación a los predicados, como medio de ampliar la teoría de la cuantificación hasta hacerla abarcar la teoría de las clases puede concebirse como la simple decisión de conceder a las letras predicativas todos los privilegios de las variables 'x', 'y', etc. Veamos cómo se realiza esa decisión. Para empezar, el esquema cuantificacional  $(y)(Gy \equiv Gy)$  es obviamente válido y, por tanto, puede obtenerse como teorema de la teoría pura de la cuantificación. Nuestra reciente decisión de conceder a 'F' y a 'G' los privilegios de las variables comunes nos permite aplicar la generalización existencial a  $(y)(Gy \equiv Gy)$  de modo que obtengamos  $(\exists F)(y)(Fy \equiv Gy)$ .

15. Véase, por ejemplo, HILBERT y ACKERMANN, cap. 3, § 5; QUINE [1], p. 88; [2], pp. 157-161, 191.

De aquí, por sustitución, obtenemos  $(\exists F)(y) (Fy = \varphi)$  siendo  $\varphi$  cualquier condición que se desee imponer a  $y$ .

Admitida así en cuantificadores, 'F' cobra el estatuto de una variable que toma clases como valores; y la notación 'Fy' pasa a significar que  $y$  es miembro de la clase  $F$ . Así pues, el anterior resultado  $(\exists F)(y) (Fy = \varphi)$  es identificable con R3 del ensayo V.<sup>16</sup>

Esta extensión de la teoría de la cuantificación por el simple procedimiento de conceder a las variables predicativas todos los privilegios de 'x', 'y', etc., puede parecer un modo muy natural de proclamar un reino de universales reproducido por los predicados o las condiciones que pueden escribirse en el lenguaje. En realidad, empero, resulta que es la proclamación de un reino de clases *mucho más amplio* que las condiciones que efectivamente pueden escribirse en el lenguaje. Este resultado es tal vez desagradable, pues seguramente la idea intuitiva que subyace a la posición de un reino de universales es meramente la de poner una realidad detrás de las formas lingüísticas. Pero es un resultado consecuente; puede obtenerse como corolario del teorema de Cantor antes mencionado.<sup>17</sup> La demostración de Cantor puede formularse dentro de la extensión de la teoría de la cuantificación que hemos practicado, y de su teorema se sigue que tiene que haber clases, y particularmente clases de formas lingüísticas, que no pueden tener formas lingüísticas que les correspondan.

Pero eso es irrelevante al lado de lo que *puede* demostrarse en la teoría considerada. Pues hemos visto que esta teoría corresponde a R1-5, incluyendo R3; y en el ensayo V vimos que R1-5 da lugar a la paradoja de Russell.

---

16. Cfr. p. 137 *supra*. La hipótesis de R3, a saber, que  $x'$  (o, ahora 'F') no está contenida en  $\varphi$ , es absolutamente necesaria a causa de las restricciones que deben imponerse a toda formulación rigurosa de la regla de sustitución por la cual 'Cy' ha sido sustituida hace un momento por  $\varphi$ .

17. P. 141 n.

La matemática clásica tiene *grosso modo* esa teoría como fundamento, aunque sujeta a alguna restricción arbitraria que permita restablecer su consistencia sin perder el resultado de Cantor. Ya antes hemos considerado algunas de esas restricciones.<sup>18</sup> Observemos de paso que la notación que hemos desarrollado puede ser limitada prohibiendo la ligadura de variables predicativas poliádicas (como ' $F$ ' en ' $Fxy$ '), puesto que las relaciones pueden construirse a partir de clases, como en el ensayo V; y las formas residuales ' $Fx$ ', ' $Fy$ ', ' $Gx$ ', etcétera, con ' $F$ ', ' $G$ ', etc., ligables, pueden reformularse en las formas ' $x \in z$ ', ' $y \in z$ ', ' $x \in w$ ', etc., según lo que ya se propuso antes en este mismo ensayo. Así nos encontramos en definitiva con la notación del ensayo V. Pero en cualquier caso hay universales irreductiblemente presupuestos. Los universales puestos mediante la ligadura de letras predicativas no han sido nunca eliminados mediante una explicación que hiciera de ellos mera convención notacional abreviatoria, como pudimos hacer en otros casos anteriores de abstracción, bastante menos absolutos.

Las clases así puestas son efectivamente todos los universales que necesita la matemática. Los números, como mostró Frege, son definibles como ciertas clases de clases. Las relaciones, como ya se ha observado, son definibles también como ciertas clases de clases. Y las funciones, como subrayó Peano, son relaciones. Pero además de bastar para la matemática, las clases bastan también para torturarnos si tenemos recelos filosóficos contra la admisión de entidades que no sean objetos concretos.

Russell ([2], [3], *Principia*) tenía una teoría sin clases. Las notaciones que referían a clases estaban definidas contextualmente de tal modo que todas esas referencias desaparecerían al desarrollar las expresiones. Este resultado fue saludado por algunos, especialmente por Hans Hahn, como la liberación de la matemática del platonismo y su reconci-

---

18. Pp. 137 ss., 144 ss.

liación con una ontología exclusivamente concreta. Pero esta interpretación es errónea. El método de Russell no elimina las clases sino mediante la apelación a otro reino de entidades tan abstractas o universales como ellas, las llamadas funciones proposicionales. La frase 'función proposicional' está usada ambiguamente en los *Principia Mathematica*; unas veces significa enunciado abierto, y otras veces significa atributo. La teoría sin clases de Russell utiliza las funciones proposicionales en este segundo sentido como valores de variables ligadas; por tanto, lo único que puede decirse de la teoría es que reduce unos universales a otros, es decir, en concreto, clases a atributos. Y esa reducción resulta muy desagradable cuando paramos mientes en que la subyacente teoría de los atributos habría podido interpretarse mejor como una teoría de clases, de acuerdo con el método de identificación de indiscernibles.

## 6

Al tratar las letras predicativas como variables cuantificables desencadenamos un torrente de universales frente a los cuales la intuición resulta impotente. No podemos ya dominar lo que estamos haciendo ni saber a dónde nos lleva el torrente. Nuestras precauciones contra contradicciones no pueden ya pasar de ser expedientes *ad hoc*, sin más justificación que la de que parecen ser eficaces.

Pero hay un modo más restringido de tratar las letras predicativas como variables de cuantificación; este método mantiene cierta apariencia de control y de conciencia de lo que se está haciendo. La idea básica de este método más moderado es que las clases son de naturaleza conceptual y creadas por el hombre. Al principio no hay más que objetos concretos, los cuales pueden concebirse como valores de las variables ligadas de la teoría de la cuantificación sin alterar. Llamémosles *objetos de orden 0*. La misma

teoría de la cuantificación, suplementada con todos los predicados (constantes) extralógicos que queramos, constituye un lenguaje para hablar acerca de objetos concretos de orden 0; llamemos a este lenguaje  $L_0$ . A continuación el primer paso en la reificación de las clases debe limitarse a clases tales que la pertenencia a cualquiera de ellas sea equivalente a alguna condición expresable en  $L_0$ ; y lo mismo para las relaciones. Llamemos a esas clases y relaciones *objetos de orden 1*. Así empezamos a ligar letras predicativas con la idea de que admitirán como valores objetos de orden 1; y, para recordar esta limitación, pondremos el exponente '1' a esas variables. El lenguaje formado mediante esa extensión de  $L_0$  se llamará  $L_1$ : tiene dos tipos de variables ligadas, a saber, las viejas variables individuales y las nuevas variables con el exponente '1'. Es conveniente construir los órdenes acumulativamente, incluyendo los objetos de orden 0 junto con los de orden 1. Esto significa que hay que contar los valores de 'x', 'y', etc., entre los valores de ' $F^1$ ', ' $G^1$ ', etc. Podemos explicar entonces ' $F^1x$ ' arbitrariamente, para el caso de que  $F^1$  sea un individuo, identificando  $F^1$  con  $x$ .<sup>19</sup>

El paso siguiente consiste en reificar todas las clases de tal naturaleza que la pertenencia a las mismas equivalga a alguna condición expresable en  $L_1$ ; y lo mismo las relaciones. Llamemos a estas clases y relaciones *objetos de orden 2*. Ampliaremos el término de modo que incluya también los objetos de orden 1, según nuestro principio de acumulación. Así pues ligamos ' $F^2$ ', ' $G^2$ ', etc., con la idea de que deben tomar como valores objetos de orden 2.

Siguiendo así con  $L_3$ ,  $L_4$  y así sucesivamente, introducimos variables ligadas de exponentes crecientes y admitimos al mismo tiempo constantemente campos de clases y relaciones cada vez más amplios como valores de las variables. El límite  $L_\omega$  de esa serie de lenguajes acumulativos — o,

---

19. Cfr. *supra*, pp. 126 s.

lo que equivale a lo mismo, la suma de todos esos lenguajes — es nuestra lógica final de clases y relaciones obtenida por el nuevo procedimiento.

Ahora deseamos especificar una teoría que tenga el mismo efecto que  $L_{\omega}$  pero mediante reglas directas, no por sustracción de una serie infinita. Para fines de la teoría general pueden introducirse ciertas simplificaciones en el plan esbozado. Al nivel  $L_0$  hablamos de un acervo inicial de predicados extralógicos, pero la elección de esos predicados no es relevante más que para las aplicaciones, y puede por tanto pasarse por alto en la teoría formal del mismo modo que pasamos por alto la cuestión de la naturaleza específica de los objetos de orden 0. Además, como ya se ha dicho en otro contexto al final de la sección anterior, podemos omitir la ligadura de variables poliádicas, y podemos reformular las formas residuales ' $F^3x$ ', ' $G^2F^3$ ', etc., en la forma preferida ' $x^0 \epsilon y^3$ ', ' $y^3 \epsilon z^2$ ', etc. Así la notación resulta idéntica con la del ensayo V, pero con el añadido de exponentes para todas las variables. No hay en cambio restricciones análogas a las de la teoría de los tipos: no se exige que los exponentes de dos variables enlazadas por ' $\epsilon$ ' sean consecutivos, ni hay por tanto restricciones sobre la significatividad de las combinaciones. Una combinación como ' $y^3 \epsilon z^2$ ' puede conservarse como signficante y hasta como verdadera para algunos valores de  $y^3$  y de  $z^2$  a pesar del hecho de que todos los miembros de  $z^2$  son de orden 1; en efecto, como los órdenes son acumulativos,  $y^3$  podría ser perfectamente de orden 1.

Además, las reglas R1-5 del ensayo V pueden recogerse intactas, excepto en que es necesario poner restricciones a R2-3. La restricción que se pone a R2 es que *el exponente de  $\beta$  no debe exceder al de  $\alpha$* . La razón es obvia: si  $\alpha$  toma como valores clases de orden  $m$  y  $\beta$  toma como valores clases de orden  $n$ , entonces todos los valores posibles de  $\beta$  estarán incluidos entre los de  $\alpha$  sólo si  $m \geq n$ . La restricción puesta a R3 es que ' $y$ ' y ' $x$ ' *tienen que tener exponentes ascendentes y que  $\varphi$  no puede contener un exponente mayor*

que el de 'x' ni tampoco igual que éste dentro de cuantificadores. Esta restricción refleja el hecho de que las clases de orden  $m + 1$  toman sus miembros del orden  $m$  según condiciones formulables en  $L_m$ .

P1 puede conservarse, pero hay que volver a definir los signos ' $\subset$ ' y '=' que contiene para tener ahora en cuenta los exponentes. Se hará del modo siguiente: ' $x^m \subset y^n$ ' y ' $x^m = y^n$ ', para todo par  $m, n$ , son respectivamente abreviaturas de

$$(z^h) (z^h \in x^m \supset z^h \in y^n), (z^k) (x^m \in z^k \supset y^n \in z^k),$$

siendo  $h$  el menor de los dos exponentes  $m-1$  y  $n-1$ , y  $k$  el mayor de los dos exponentes  $m+1$  y  $n+1$ .

Esta teoría de las clases es muy análoga a la de Weyl y puede compararse en cuanto a potencia con la llamada teoría ramificada de los tipos de Russell,<sup>20</sup> cuya consistencia fue demostrada por Fitch [2]; pero es bastante más sencilla formalmente que cualquiera de esos dos sistemas. Como éstos, representa una posición conceptualista opuesta al realismo platónico;<sup>21</sup> trata las clases como construcciones, más que como entidades descubiertas. El tipo de razonamiento que rechaza es el criticado por Poincaré (pp. 43-48) con el nombre de *definición no predicativa*, esto es, la especificación de una clase mediante la apelación a un reino de objetos entre los cuales está incluida la misma clase. La restricción impuesta a R3 es una precisa formulación de la prohibición de esas definiciones no predicativas.

Si las clases se consideran preexistentes, no hay naturalmente ninguna objeción que hacer al procedimiento de aferrar una mediante una operación que presupone su exis-

20. Sin el axioma de reducibilidad; cfr. *infra*, p. 184.

21. Cfr. *supra*, pp. 41 s. La posición conceptualista en la fundamentación de la matemática se llama a veces *intuicionista* en un amplio sentido del término. Estrictamente aplicado, "intuicionismo" debe referirse sólo a la especial rama del conceptualismo cultivada por BROUWER y HEYTING, con suspensión de la ley de tercio excluso.

tencia; pero para el conceptualista las clases no existen más que en la medida en que admiten una génesis ordenada. Ciertamente que este modo de caracterizar la posición conceptualista es vago y metafórico y hasta puede llevar a perplejidad y error, puesto que presenta las leyes lógicas en un marco de proceso temporal (de génesis sucesiva de clases). Pero si se quiere una formulación estricta de la posición, una formulación sin metáforas, bastará con indicar el sistema mismo que acabamos de establecer.

Veamos cómo se elimina en el sistema la paradoja de Russell. La demostración de la paradoja de Russell consiste en tomar la  $\varphi$  de R3 como ' $\sim (y \in y)$ ' y luego tomar  $x$  por  $y$ . El primero de esos pasos sigue siendo realizable en nuestro actual sistema, a pesar de la restricción puesta a R3. Así obtenemos:

$$(6) \quad (\exists x^{n+1}) (y^n) [y^n \in x^{n+1} \equiv \sim (y^n \in y^n)]$$

para todo  $n$ . Pero el segundo paso, el que llevaría a la contradicción

$$(7) \quad (\exists x^{n+1}) [x^{n+1} \in x^{n+1} \equiv \sim (x^{n+1} \in x^{n+1})]$$

es ahora imposible. Pues la derivación de (7) a partir de (6) mediante R1, R2, R4 y R5, si se realiza explícitamente, necesita usar este caso de R2:

$$(y^n) [y^n \in x^{n+1} \equiv \sim (y^n \in y^n)] \supset [x^{n+1} \in x^{n+1} \equiv \sim (x^{n+1} \in x^{n+1})]$$

Pero este caso de R2 viola la restricción puesta sobre esa regla, pues  $n + 1$  excede de  $n$ .

Intuitivamente, la situación es como sigue: (6), que es un teorema válido, nos asegura la existencia, para todo  $n$ , de la clase de los objetos de orden  $n$  que no son miembros de sí mismos. Pero esa clase no es ella misma de orden  $n$  y, por tanto, la cuestión de si pertenece o no a sí misma no da lugar a la paradoja.

La teoría conceptualista de las clases no requiere la existencia de clases más allá de las condiciones de pertenencia expresables. Se observó en la sección anterior que el teorema de Cantor implicaría la situación contraria; pero este teorema no se presenta aquí. Pues la demostración de Cantor apela a una clase  $h$  compuesta por aquellos miembros de una clase  $k$  que no son miembros de las subclases de  $k$  con las que están puestos en correlación.<sup>22</sup> Pero este modo de especificar  $h$  es no-predicativo, puesto que supone una cuantificación de las subclases de  $k$  y  $h$  es una de ellas.

Y así ocurre que un teorema de la matemática clásica o semiclásica es arrojado por la borda en el conceptualismo. Lo mismo ocurre con la demostración cantoriana de infinitos además del numerable; este teorema es en efecto un mero corolario del teorema recién discutido. Hasta el momento, la descarga es buena. Pero, en contrapartida, se presentan desventajas por lo que hace a la demostración de otros teoremas de la matemática más tradicionales y también sin duda más deseables; por ejemplo, la demostración de que toda clase limitada de números reales tiene realmente un límite superior.

Cuando Russell propuso su teoría ramificada de los tipos, esas limitaciones le movieron a añadir su "axioma de reducibilidad". Pero el añadido de ese axioma, injustificable desde un punto de vista conceptualista, tiene como consecuencia el restablecimiento de toda la lógica de clases platonizante. Un conceptualista serio tiene que rechazar como falso el axioma de reducibilidad.<sup>23</sup>

## 7

El platonista es capaz de soportar todo lo que no sea una contradicción; y cuando se le presenta una contradicción,

---

22. Cfr. *supra*, p. 141 n.

23. Cfr. QUINE [3].

se contenta con evitarla mediante una restricción *ad hoc*. El conceptualista tiene menos tragaderas: digiere bien la aritmética elemental y bastantes cosas más, pero se detiene ante la teoría de los infinitos no numerables y ante determinadas partes de la teoría superior de los números reales. No obstante, el platonista y el conceptualista se parecen en un respecto fundamental: ambos aceptan universales, clases, como valores irreducibles de sus variables ligadas. La teoría platonista de las clases del § 5 y la conceptualista del § 6 no difieren más que en esto: en la teoría platonizante, el universo de las clases se limita a regañadientes y mínimamente mediante restricciones cuyo único objetivo es evitar la paradoja, mientras que en la teoría conceptualista el universo de las clases se limita gustosa y drásticamente en términos de la metáfora de creación progresiva. Sería un error creer que esa metáfora explica realmente las clases o las elimina; pues no hay indicación alguna acerca de cómo podría parafrasearse en una notación más básica y más inocente desde el punto de vista ontológico la cuantificación de clases que lleva a cabo el conceptualista. Este tiene empero cierta razón para pensar que el suelo que pisa es más sólido que el del platonizante, pero su justificación se limita a estos dos puntos: el universo de clases que admite es más sobrio que el platónico, y el principio por el cual lo limita, aunque se basa en una metáfora, tiene cierto valor intuitivo.

La posición heroica, la posición quijotesca, es la del nominalista, el cual reniega de cualquier cuantificación de universales, de clases, por ejemplo. El nominalista puede aceptar la lógica de las funciones veritativas, la de la cuantificación y la de la identidad, así como todos los predicados fijos (constantes) que quiera aplicar a particulares o no-universales (cualquiera que sea la construcción de éstos). También puede aceptar las llamadas álgebras de clases y de relaciones en sus sentidos más restringidos, así como las fases más rudimentarias de la aritmética; pues todas esas teorías pueden reconstruirse como meras variantes notacionales de la lógica de

la cuantificación con identidad.<sup>24</sup> También puede aceptar leyes que contengan variables de clases, relaciones y números, siempre que esas leyes se afirmen como válidas para todos los valores de dichas variables; pues en este caso puede tratar esas leyes como esquemas, igual que las leyes de las funciones veritativas o las de la cuantificación. Pero el nominalista tiene que renunciar a variables ligadas de clases, relaciones o números — si se presentan en cuantificadores existenciales o universales dentro de enunciados subordinados — en todos los contextos de los que no pueda eliminarlas mediante una paráfrasis explicativa. O sea: tiene que renunciar a ellas cuando las necesita.

El nominalista puede, desde luego, conquistarse plena libertad para usar cuantificadores con números por el procedimiento de identificar los números, mediante alguna arbitraria correlación, con los objetos individuales concretos del universo que admite — digamos, por ejemplo, con los individuos concretos del mundo físico. Pero este procedimiento tiene el inconveniente y la insuficiencia de que no puede suministrar la infinita multiplicidad de los números que exige la aritmética clásica. El nominalista ha repudiado el universo infinito de los universales como un mundo de sueño; no podrá, por tanto, proceder a reconocer la infinitud de su universo de objetos particulares a menos que este universo resulte efectivamente ser infinito, según garantía, digamos, del físico. Pero desde un punto de vista matemático, la importante oposición de doctrinas que aquí se plantea queda precisamente caracterizada como la disposición o la negativa a poner, de salida, un universo infinito. Esta es una división bastante más clara que la que suele formularse entre los nominalistas y los demás filósofos, pues esta habitual contraposición depende de una distinción, nunca demasiado clara, entre lo que cuenta como particular y lo que cuenta como universal. Análogamente, la oposición entre concep-

---

24. Cfr. QUINE [2], pp. 230 ss., 239.

tualistas y platónicos podrá describirse como oposición entre los que no admiten más que un grado de infinitud y los que admiten una cantoriana jerarquía de infinitos.

El nominalista o, en general, aquel que mantiene el agnosticismo respecto de la infinitud de las entidades, puede siempre apropiarse de cierto modo indirecto la matemática del infinitista — ya sea éste conceptualista o platónico. Pues aunque no puede creer en esa matemática, *puede* en cambio formular las leyes de su desarrollo.<sup>25</sup> Pero al nominalista le gustaría además mostrar que todo lo que la matemática clásica rinde como servicio a la ciencia puede conseguirse igualmente, aunque con menos sencillez, por métodos realmente nominalistas, esto es, sin la ayuda de una matemática no significativa cuya mera sintaxis está descrita en términos nominalistas. Y aquí tiene una tarea a su altura: aquí tropieza en efecto con la intensa tentación de emprender el camino mucho más fácil del conceptualista, el cual, aceptando una buena rebanada de la matemática clásica, no necesita más que mostrar la prescindibilidad de la teoría de los infinitos superiores y de partes de la teoría de los números reales.

Desde el punto de vista táctico, no hay duda de que el conceptualismo es la más robusta de las tres posiciones, pues el agotado y desanimado nominalista puede caer en el conceptualismo y seguir al mismo tiempo tranquilizándose la conciencia mediante la consideración de que, de todos modos, no está tomando parte en la francachela platónica.

---

25. Cfr. *supra*, p. 41 s.

## VII

### NOTAS ACERCA DE LA TEORÍA DE LA REFERENCIA

#### 1

Si se tiene adecuadamente en cuenta la distinción entre significación y referencia,<sup>1</sup> los problemas de lo que genéricamente se llama semántica quedan divididos en dos provincias tan fundamentalmente diversas que no merecen una apelación común. Se las puede llamar la *teoría de la significación* y la *teoría de la referencia*. 'Semántica' sería un nombre excelente para la teoría de la significación, si no fuera por el hecho de que algunas de las mejores obras de la llamada semántica, especialmente la de Tarski, pertenecen a la teoría de la referencia. Los principales conceptos de la teoría de la significación, aparte del de significación mismo, son los de *sinonimia* (o igualdad de significación), *significancia* o *significatividad* (posesión de significación) y *analiticidad* (verdad por virtud de la significación). Otro es el de *implicación*, o analiticidad del condicional. Los principales conceptos de la teoría de la referencia son los de *nombrar*, *verdad*, *denotación* (o ser-verdadero-de) y *extensión*. Otro es la noción de *valores* de variables.

Que haya límites entre dos campos no quiere decir que haya barreras entre ellos. Dados dos campos, es concebible que un concepto pueda ser un compuesto de conceptos de

---

1. Cfr. *supra*, pp. 35, 49 s.

los dos campos. Pero si esto ocurriese en el caso de las teorías de la significación y de la referencia, seguramente adscribiríamos el concepto híbrido a la teoría de la significación — por la razón sencilla de que la teoría de la significación se encuentra en peor estado que la de la referencia, y contiene por tanto los presupuestos más complicados.

Cuando se aplica a un discurso, en cualquier forma explícitamente cuantificacional del lenguaje, la noción de compromiso ontológico pertenece a la teoría de la referencia. Porque decir que una cuantificación existencial dada presupone objetos de un determinado tipo es simplemente decir que el enunciado abierto que sigue al cuantificador es verdadero de ciertos objetos de ese tipo y de ninguno que no sea de ese tipo. En cambio, si queremos hablar de compromiso ontológico de un discurso que no se encuentra en una forma de lenguaje explícitamente cuantificada y basar al mismo tiempo nuestra discusión en una supuesta sinonimia entre los enunciados dados y sus traducciones a un lenguaje cuantificacional, nos encontramos naturalmente envueltos en problemas de la teoría de la significación.

Dada una teoría, su ontología es uno de los aspectos filosóficamente interesantes que pueden atraer nuestro estudio. Pero también podemos preguntarnos por su *ideología* (y daremos ahora un buen sentido a esa mala palabra): ¿qué ideas pueden expresarse en ella? La ontología de una teoría no se encuentra en una correspondencia sencilla con su ideología. Considérese, por ejemplo, la corriente teoría de los números reales. Su ontología abarca todos los números reales, pero su ideología — el campo de las ideas expresables — no abarca más que ideas concretas y particulares de ciertos números reales. Pues se sabe que no hay notación adecuada para especificar separadamente cada número real.<sup>2</sup> Por otra parte, la ideología abarca muchas ideas — como las de suma, raíz, racionalidad, algebraicidad, etc. — que no necesitan tener

---

2. Cfr. por ejemplo, QUINE [1], pp. 273 s.

correlatos ontológicos en el campo de las variables cuantificables de la teoría.

Dos teorías pueden tener la misma ontología e ideologías diferentes. Dos teorías de los números reales, por ejemplo, pueden coincidir ontológicamente en no requerir más que los números reales, y todos los números reales, como valores de sus variables, pero a pesar de ello pueden diferir ideológicamente en que una teoría esté expresada en un lenguaje al que pueda traducirse el enunciado

(1) el número real  $x$  es un número entero,

mientras la otra no. Obsérvese la importancia de ese ejemplo; Tarski [1] ha demostrado la completud de una determinada teoría elemental de los números reales,  $T$ , y por la demostración de Gödel [2] conocemos la incompletud (incompletabilidad) de la teoría de los números enteros; por tanto, el resultado de Tarski sería imposible si (1) fuera traducible a la notación de  $T$ .

Es instructivo observar que la ontología de una teoría puede incluir objetos de un determinado tipo  $K$  sin que  $K$  mismo sea definible en términos de esta teoría. Por ejemplo, puede mostrarse que la ontología de  $T$  abarca todos los números reales enteros, a pesar de que (1) no puede traducirse a su notación.

He descrito vagamente la ideología de una teoría por el procedimiento de preguntarme qué ideas son expresables en el lenguaje de esa teoría. La ideología parece así complicarnos con la idea de idea. Pero puede evitarse esa formulación y, con ella, el término 'ideología'. Porque la tarea sustantiva que competiría a la ideología es precisamente la de la teoría de la *definibilidad*; y esta teoría, lejos de depender de la idea idea, es incluso claramente distinguible de la teoría de la significación y cae completamente dentro de la teoría de la referencia. Es verdad que la palabra 'defini-

ción' ha connotado comúnmente sinonimia,<sup>3</sup> y la sinonimia pertenece a la teoría de la significación; pero la literatura matemática acerca de la definibilidad<sup>4</sup> se refiere a ésta en el sentido siguiente, que es bastante más innocuo: se dice que un término general  $t$  es *definible* en cualquier porción de lenguaje que incluya un enunciado  $E$  tal que  $E$  contiene la variable ' $x$ ' y queda satisfecho por todos y sólo los valores de ' $x$ ' de los cuales  $t$  es verdadero. Así construida, la definibilidad descansa exclusivamente en la igualdad de referencia — igualdad de extensión de  $t$  y  $E$ —. De forma bastante paralela puede explicarse la definibilidad de expresiones de categorías diversas de la de los términos generales. Un teorema típico de la teoría de la definibilidad en este sentido, y, por tanto, de la teoría de la referencia, es la anterior observación según la cual 'entero' no es definible en T.

## 2

En los ensayos II y III nos ocupamos del lamentable estado de la teoría de la significación. También la teoría de la referencia tiene sus tormentas, pues es el escenario de las llamadas paradojas semánticas.

La más conocida de estas paradojas es la de Epiménides, que antiguamente se formulaba así: Epiménides el cretense dice que los cretenses mienten siempre; esa afirmación tiene por tanto que ser falsa si es verdadera. Con esto, evidentemente, no estamos aún envueltos en una verdadera paradoja, sino sólo llevados a la conclusión de que Epiménides miente en este caso y que algunos cretenses no mienten siempre. Pero la situación puede desarrollarse hasta la paradoja plena mediante la explicitación de tres premisas históricas: no sólo

---

3. Cfr. *supra*, pp. 54 ss.

4. TARSKI [3]; ROBINSON; MYHILL; CHURCH y QUINE; cfr. también *supra*, p. 125.

a) que Epiménides era un cretense y b) que Epiménides decía que los cretenses no dicen nunca la verdad, sino también c) que *todas* las demás afirmaciones de los cretenses son falsas. En este caso la afirmación de Epiménides es verdadera si es falsa y falsa si es verdadera, situación efectivamente imposible.

Es interesante comparar esta paradoja con el acertijo del barbero. Se dice de un hombre de Alcalá que ha afeitado a todos y sólo a los hombres que no se afeitaban a sí mismos; el resultado es que ese hombre se afeitó a sí mismo si no se afeitó a sí mismo.<sup>5</sup> Esta no es una verdadera paradoja, sino simplemente la *reductio ad absurdum* de la tesis de que haya habido un hombre tal en Alcalá. La paradoja de Epiménides, en cambio, no puede eliminarse del mismo modo una vez que ha beneficiado del último perfeccionamiento. Porque mientras que es evidente que la condición que se imponía al barbero de Alcalá era autocontradictoria, no es éste en cambio el caso de las tres condiciones a)-c), las cuales son evidentemente independientes.

Una variante, también bastante antigua, de la paradoja de Epiménides es el *pseudómenon* de la escuela de Megara: 'Estoy mintiendo'. Una versión aun más simplificada puede formularse así:

(2) · (2) es falsa.

Está claro que (2) — su lectura es: '(2) es falsa' — es falsa si es verdadera y verdadera si es falsa.

En un esfuerzo por escapar a la autocontradictoriedad que supone el tener que considerar a (2) como verdadera y falsa a la vez, puede argüirse que (2) carece sencillamente de significación, basándose en que el intento de dar desarrollada la referencia, el *relatum*, de '(2)' en el seno de (2) con

---

5. RUSSELL ([4], pp. 354 s.) atribuye una versión de este acertijo a un conocido al que no nombra.

una notación entrecomillada específica da lugar a un regreso al infinito. Pero esta escapatoria puede quedar cerrada apelando a una versión más compleja. La siguiente:

- (3) 'no produce un enunciado verdadero añadido a su propio entrecomillado' produce un enunciado verdadero añadido a su propio entrecomillado.

Es fácil ver que ese enunciado afirma que su propia negación es verdadera.

Otra de las llamadas paradojas semánticas es la de Grelling, la cual se plantea al preguntar si el término 'no verdadero de sí mismo' es verdadero de sí mismo; es claro que será verdadero de sí mismo si y sólo si no es verdadero de sí mismo. Otra es la de Berry, que se refiere al mayor número informulable en menos de veinte sílabas. Acabamos de formular ese número en diecinueve sílabas.<sup>6</sup>

Esas paradojas parecen mostrar que hay que expulsar del lenguaje como carentes de significación y bajo pena de contradicción los términos más característicos de la teoría de la referencia, a saber, 'verdadero', 'verdadero de' y 'denotar' (o 'nombrar', o 'formular' o 'especificar'). Pero es difícil aceptar esa conclusión, pues esos tres familiares términos parecen tener una peculiar claridad si se atiende a los tres paradigmas siguientes:

- (4) '——' *es verdadero* si y sólo si ——,  
 (5) '——' *es verdadero de* todo —— y de ninguna otra cosa.  
 (6) '——' *denota* —— y ninguna otra cosa.

(4) es válido escribiendo cualquier enunciado en los dos huecos; (5) si se escribe cualquier término general (en forma de adjetivo o de sustantivo) en los dos huecos; y (6) vale siempre

---

6. Cfr. WHITEHEAD y RUSSELL, v. I, p. 61.

que se escriba cualquier nombre (que realmente nombre o denote, esto es, cuyo objeto exista) en los dos huecos.

En rigor, las nociones de la teoría de la referencia, igual que las de la teoría de la significación (si es que estamos dispuestos a mantener también éstas), son siempre relativas a un lenguaje; aunque tácitamente, el lenguaje figura como un parámetro. Se recordará que el problema de la construcción de 'analítico' fue reconocido como el problema de construir 'analítico para *L*', siendo '*L*' una variable.<sup>7</sup> Análogamente, un enunciado, concebido como una serie de letras o de sonidos, no es nunca simplemente verdadero, sino en un lenguaje *L*, adecuadamente indicado. Esta afirmación no equivale a una doctrina filosófica que sentara la relatividad de todos los hechos al lenguaje; la cuestión aquí tocada es mucho más superficial: se trata simplemente de que una serie dada de letras o sonidos podría ser al mismo tiempo un enunciado, por ejemplo, en inglés y en frisio, pero con diversa significación (por usar la frase consagrada y vaga), y podría ocurrir que en su significación inglesa fuera verdadera y en su significación frisía falsa.<sup>8</sup> Así pues, (4)-(6) deben formularse propiamente del modo siguiente:

- (7) '—' es verdadero-en-*L* si y sólo si —.
- (8) '—' es verdadero-en-*L* de todo — y de ninguna otra cosa.
- (9) '—' denota-en-*L* — y ninguna otra cosa.

Pero es entonces necesario que *L* y el lenguaje en el cual se formulan (7)-(9) (castellano en este caso) sean el mismo o, al menos, que coincidan en todo el ámbito de las notaciones a que proponemos aplicar (7)-(9), o sea, las notaciones que ocuparan la posición '—'. De otro modo podríamos obte-

7. Cfr. *supra*, p. 64.

8. En otro contexto ha observado CHURCH [5] la necesidad de admitir tales coincidencias interlingüísticas en la semántica teórica.

ner falsedades como instancia de (7)-(9) en el caso, sin duda poco frecuente, que antes imaginamos entre el frisio y el inglés; más corrientemente obtendríamos meros sinsentidos del tipo siguiente:

- (10) 'Die Schnee ist weiss' es verdadera en alemán si  
y sólo si die Schnee ist weiss.

El entrecomillado con que empieza (10) es una correcta palabra castellana, a saber, el nombre de un enunciado alemán; pero el resto, a partir de la comilla que cierra, es una confusión de lenguajes que carece de significación.

No obstante, si quisiéramos fundir el castellano con el alemán para constituir una lengua compuesta, el hispanoalemán, podría decirse que (10) es verdadera en hispanoalemán. Dicho en general: si el lenguaje  $L$  (alemán, por ejemplo) está contenido en el lenguaje  $L'$  (hispanoalemán, por ejemplo), de tal modo  $L'$  es simplemente  $L$ , o  $L$  más algún vocabulario suplementario o algunas nuevas construcciones gramaticales, y si las partes de uso castellano, por lo menos, que figuran en (7) — aparte de los huecos o trazos — son también parte de  $L'$ , entonces el resultado de colocar en los huecos de (7) cualquier enunciado de  $L$  es verdadero en  $L'$ . Análogamente respecto de (8); si  $L$  está contenido en  $L'$  y si la parte constante de (8) es parte de  $L'$ , entonces el resultado de poner cualquier término general de  $L$  en los huecos de (8) es verdadero en  $L'$ . Y cosa análoga para (9).

Pues bien, las paradojas semánticas antes indicadas no se presentan si tomamos las dos precauciones siguientes: precisar (4)-(6) en la formulación (7)-(9) y excluir del lenguaje  $L$  términos como 'verdadero-en- $L$  de' y 'denota-en- $L$ '. Esos términos, adecuados para la teoría de la referencia *de*  $L$ , pueden seguir presentándose en un lenguaje más amplio  $L'$ , que contiene a  $L$ ; y los paradigmas (7)-(9) pueden seguir siendo válidos en  $L'$  sin producir paradojas, siempre que los enunciados o los términos que se coloquen en los huecos de los

paradigmas pertenezcan no simplemente y en general a  $L'$  sino precisamente a  $L$ .

## 3

Hay que observar que los paradigmas (4)-(6) no son estrictamente hablando definiciones de los verbos 'es verdadero', 'es verdadero de' y 'denota', como tampoco (7)-(9) son definiciones de 'es verdadero-en- $L'$ ', 'es verdadero en  $L$  de' y 'denota en  $L'$ '; pues esos paradigmas no nos permiten eliminar los verbos en cuestión más que en posiciones precedidas por entrecomillados, y no cuando se encuentran por ejemplo, precedidos por pronombres o por variables de cuantificación. Ello no obstante, esos paradigmas parecen definiciones en el siguiente aspecto fundamental: no dejan ninguna ambigüedad respecto a las extensiones de los verbos en cuestión, respecto a sus campos de aplicabilidad. En el caso de (7) ello puede mostrarse del modo siguiente. Supongamos que hubiera ambigüedad, es decir, dos interpretaciones diferentes de 'verdadero en  $L'$ ' compatibles ambas con (7); distingamos esas dos interpretaciones escribiendo 'verdadero<sub>1</sub> en  $L'$ ' y 'verdadero<sub>2</sub> en  $L'$ ' respectivamente, siendo (7)<sub>1</sub> y (7)<sub>2</sub> (7) con los dos subíndices respectivamente. De (7)<sub>1</sub> y (7)<sub>2</sub> se sigue lógicamente que

'—' es verdadero<sub>1</sub> en  $L$  si y sólo si '—' es  
verdadero<sub>2</sub> en  $L$ ,

cualquiera que sea el enunciado de  $L$  colocado en '—'. Así pues, verdadero<sub>1</sub> en  $L$  y verdadero<sub>2</sub> en  $L$  coinciden. Razonamientos análogos pueden hacerse para (8) y para (9).

Tarski, al que se deben en gran parte las reflexiones sobre la verdad de las páginas anteriores ([4], [6]), pasa luego a mostrar que 'verdadero en  $L'$ ' es efectiva y genuinamente de-

finible en  $L'$  si se consiguen ciertas circunstancias generales. Supongamos que  $L$  es un lenguaje de la forma general descrita en la página 62 *supra*, y que todo el vocabulario de predicados de  $L$  está fijado en una lista finita. Supongamos además que  $L'$  contiene a  $L$  y, por otra parte, alguna terminología lingüística específicamente adecuada para denotar todo símbolo de  $L$  y para expresar la concatenación entre esos símbolos. Supongamos, por último, que  $L'$  posee un normal complemento de notaciones lógicas, incluyendo las de la teoría de las clases. Con ello muestra Tarski cómo puede formularse en la notación de  $L'$  un enunciado ' $---x---$ ' que satisface

$---x---$  si y sólo si  $---$

siempre que se sustituye ' $---$ ' por un enunciado de  $L$  y ' $x$ ' por un nombre de dicho enunciado de  $L$ . Dicho brevemente: Tarski muestra que 'verdadero-en- $L'$ ' (en un sentido conforme a (7)) es definible en  $L'$  en un sentido de la palabra 'definible' conforme al de las primeras páginas de este ensayo.<sup>9</sup> No reproduciremos aquí su construcción efectiva.

En algunas notaciones formalizadas capaces de tratar su propia gramática o de tratar algún tema en el cual puede construirse un modelo de esa gramática, el método de Tarski nos permite naturalmente derivar una forma de la paradoja de Epiménides que equivale a (3). El teorema de Gödel [2] acerca de la incompletabilidad de la teoría de números puede conseguirse efectivamente por reducción al absurdo siguiendo esa línea; tal es mi método en [1], cap. 5. En términos generales, si hay que mantener a  $L$  libre de la paradoja de Epiménides, 'verdadero en  $L'$ ' no debe ser definible más que en un  $L'$  que cuente con la notación necesaria para una

---

9. Se pasa a veces por alto que no hay necesidad de afirmar que los enunciados de la forma (7) [o de las formas (8) y (9)] sean analíticos, y que de hecho TARSKI no lo requiere. Este punto ha sido varias veces rectificado; cfr. LEWY, WHITE [1], THOMSON.

teoría lógica más fuerte (una teoría de clases más fuerte, por ejemplo) que la que puede conseguirse en  $L$ .<sup>10</sup>

La construcción de verdadero por Tarski es fácil de entender a otros conceptos de la teoría de la referencia. Es un hecho indiscutible que esas nociones, a pesar de las paradojas que asociamos con ellas, son mucho menos brumosas y misteriosas que las nociones de la teoría de la significación. Contamos con paradigmas generales, (7)-(9), que, a pesar de no ser definiciones, sirven para dotar a 'verdadero en  $L$ ', 'verdadero en  $L$  de' y 'denota-en- $L$ ' de la misma claridad, prácticamente, en cada una de sus aplicaciones, que puedan tener las expresiones particulares de  $L$  a las que las aplicamos. La atribución de la verdad a 'la nieve es blanca', por ejemplo, nos es tan clara prácticamente como la atribución de la blancura a la nieve. Además, en la construcción técnica de Tarski se nos ofrece un procedimiento esquemático explícito y general para definir verdadero en  $L$  para lenguajes particulares  $L$  que respeten una determinada estructura típica y estén bien especificados por lo que hace a su vocabulario. Con ello, ciertamente, no contamos con una definición análogamente sencilla de 'verdadero-en- $L$ ' para ' $L$ ' variable. Pero lo que tenemos nos basta para dotar a 'verdadero en  $L$ ', incluso para ' $L$ ' variable, de la claridad suficiente como para que no nos repugne usar la frase. Está claro que ningún término es definible sino en otros términos; y la urgencia de la necesidad de una definición es proporcional a la oscuridad del término.

Obsérvese lo desfavorable que es para la noción de analiticidad en  $L$ , característica de la teoría de la significación, una comparación con la noción de verdadero en  $L$ . No tenemos para la primera ninguna guía de un valor comparable al de (7). Tampoco tenemos ningún procedimiento esquemá-

---

10. Cfr. TARSKI [4], [5], [6]; QUINE [8]. La condición es empero innecesaria cuando  $L$  es especialmente débil en ciertos terrenos; ejemplo: el sistema de Myhill, que carece de negación.

tico, general, rutinario, que nos permita construir definiciones de 'analítico-en- $L$ ', ni siquiera para interpretaciones concretas y particulares de  $L$ ; la definición de 'analítico en  $L$ ' para cada  $L$  nos pareció más bien una especie de petición de principio.<sup>11</sup> El más evidente principio de unificación que pueda enlazar la analiticidad en  $L$  para un  $L$  determinado con la analiticidad en  $L$  para otro  $L$  determinado es el uso común de las sílabas 'analítico' como si fueran una palabra.

---

11. Cfr. *supra*, pp. 64-70.

## VIII

### REFERENCIA Y MODALIDAD

#### 1

Uno de los principios fundamentales que rigen la identidad es el de la *sustituibilidad* — o, como perfectamente podría llamarse, el principio de la *indiscernibilidad de los idénticos* —. Este principio asegura que, *dado un enunciado de identidad verdadero, uno de sus dos términos puede sustituirse por el otro en cualquier enunciado verdadero y el resultado será verdadero*. Es fácil hallar casos contrarios a este principio. Por ejemplo, los dos siguientes enunciados son verdaderos:

(1) Giorgione = Barbarelli,

(2) Giorgione fue llamado así a causa de su estatura;

sin embargo, la sustitución del nombre 'Giorgione' por el nombre 'Barbarelli' en (2) da lugar a la siguiente falsedad:

Barbarelli fue llamado así a causa de su estatura.

Por otra parte, los enunciados siguientes son ambos verdaderos:

(3) Cicerón = Tulio,

(4) 'Cicerón' contiene siete letras;

pero la sustitución del primer nombre por el segundo hace que (4) se vuelva falso. No obstante, la base del principio de sustituibilidad resulta ser bastante sólida; todo lo que pueda decirse acerca de la persona de Cicerón (o de Giorgione) debería ser igualmente verdadero de la persona de Tulio (o de Barbarelli), puesto que se trata de las mismas personas.

En el caso (4) la paradoja se resuelve inmediatamente. El hecho es que (4) no es un enunciado acerca de la persona de Cicerón, sino simplemente acerca de la palabra 'Cicerón'. El principio de sustituibilidad no debe extenderse a contextos en los que el nombre sustituible no se presente refiriendo pura y simplemente al objeto. La insustituibilidad revela simplemente en este caso que la instancia que debería sustituirse no es *puramente referencial*,<sup>1</sup> esto es, que el enunciado no depende sólo del objeto, sino también de la forma del nombre. Pues está claro que todo lo que pueda afirmarse con verdad acerca del objeto seguirá siendo verdadero si nos referimos al objeto mediante otro nombre.

Una expresión que consta de otra expresión más unas comillas simples que abarcan a esta última es un nombre de ésta; y está claro que la ocurrencia o instancia de esta otra expresión o de una parte de ella en el contexto entrecomillado no es en general una instancia referencial. En particular, la instancia de un nombre de persona entrecomillado como queda dicho en (4) no es referencial y no está por tanto sujeta al principio de sustituibilidad. El nombre de persona se presenta en este caso meramente como fragmento de un nombre más largo que contiene, además de ese fragmento, las dos comillas simples. Practicar una sustitución del nombre de persona en un tal contexto es tan injustificado como practicarla sobre el término 'pincha' en 'pinchazo'.

El ejemplo (2) es un poco más delicado, pues se trata de

---

1. FREGE [3] hablaba de instancias *directa* (*gerade*) e *indirecta* (u *oblicua*, *ungerade*) y usaba la sustituibilidad de la identidad como criterio igual que hacemos aquí.

un enunciado acerca de un hombre, y no meramente acerca de su nombre. Era el hombre, y no el nombre, el así llamado, y precisamente por su estatura, no por la del nombre. No obstante, la insostituibilidad muestra que la instancia del nombre personal en (2) no es *puramente* referencial. Es en efecto fácil traducir (2) por otro enunciado que contiene dos instancias del nombre, una puramente referencial y la otra no:

- (5)       Giorgione era llamado 'Giorgione' a causa  
              de su estatura.

La primera instancia es puramente referencial. La sustitución en base a (1) convierte a (5) en otro enunciado igualmente verdadero:

Barbarelli era llamado 'Giorgione' a causa de su estatura.

La segunda instancia del nombre de persona no es más referencial que cualquier otra instancia en contexto entrecomillado.

No sería, sin embargo, suficientemente correcto y preciso inferir de lo visto que toda ocurrencia de un nombre entre comillas es *siempre* no referencial. Considérense los enunciados

- (6)       'Giorgione jugaba al ajedrez' es verdadero,  
(7)       'Giorgione' fue el nombre de un jugador de ajedrez,

cada uno de los cuales es verdadero o falso según que sea verdadero o falso el siguiente enunciado, sin comillas:

- (8)       Giorgione jugó al ajedrez.

Nuestro criterio de instancia u ocurrencia referencial hace que la instancia del nombre 'Giorgione' en (8) sea referencial, y tiene por la misma razón que hacer referenciales las

instancias de 'Giorgione' en (6) y en (7), a pesar de la presencia de comillas simples en (6) y en (7). Lo importante y exacto acerca de las comillas no es que necesariamente tengan que destruir la referencialidad, sino que pueden destruir-la (y lo hacen generalmente). Los ejemplos (6) y (7) son excepcionales por el hecho de que los especiales predicados 'es verdadero' y 'fue el nombre' (= 'denotó') tienen el efecto de anular las comillas simples, como resulta evidente por la comparación de (6) y (7) con (8).

Para tener otro ejemplo de tipo común de enunciado en el que los nombres no ocurren referencialmente, considérese cualquier persona que se llame Felipe y que satisfaga la condición:

(9) Felipe no sabe que Tulio denunció a Catilina,

o quizá la condición:

(10) Felipe cree que Tegucigalpa está en Nicaragua.

La sustitución sobre la base de (3) transforma a (9) en el enunciado

(11) Felipe no sabe que Cicerón denunció a Catilina,

el cual es seguramente falso. La sustitución sobre la base de la identidad verdadera

Tegucigalpa = capital de Honduras,

transforma análogamente (10) en la falsedad:

(12) Felipe cree que la capital de Honduras  
está en Nicaragua.

Vemos por tanto que las instancias de los nombres 'Tulio' y 'Tegucigalpa' en (9)-(10) no son puramente referenciales.

En este punto hay un contraste fundamental entre (9) o (10) y:

Craso oyó a Tulio denunciar a Catilina.

Este enunciado afirma una relación entre tres personas, y las personas quedan así relacionadas independientemente de los nombres que se les aplique. No puede en cambio considerarse que (9) afirme una relación entre tres personas, ni (10) una relación entre persona, ciudad y país — o, por lo menos, no puede considerarse así mientras interpretamos nuestras palabras de tal modo que puedan admitirse (9) y (10) como verdaderos y (11) y (12) como falsos.

Algunos lectores podrían desear construir no saber y creer como relaciones entre personas y enunciados, escribiendo así (9) y (10) del modo siguiente:

- (13) Felipe no sabe 'Tulio denunció a Catilina',  
 (14) Felipe cree 'Tegucigalpa está en Nicaragua';

así se consigue el objetivo de colocar en contexto entrecomillado toda instancia no puramente referencial de un nombre. Church [5] ha argüido contra esta solución, aprovechando sin embargo en su argumentación el concepto de analiticidad ante el cual sentimos desconfianza (pp. 50-70 *supra*). No obstante, su argumentación no puede desecharse sin más, ni, por otra parte, necesitamos aquí tomar posición sobre el asunto. Baste con decir que no es en absoluto *necesario* reconstruir (9)-(10) al modo de (13)-(14). Lo que sí *es* realmente necesario es observar simplemente que los contextos 'no sabe que...' y 'cree que...' *se parecen* al contexto con comillas simples en el siguiente respecto: un nombre puede ocurrir en un enunciado *E* referencialmente, y no ocurrir sin embargo referencialmente en un enunciado más largo formado mediante la inclusión de *E* en el contexto 'no sabe que...' o 'cree que...'. Para resumir la situación en una pa-

labra, podemos decir que los contextos 'no sabe que...' y 'cree que...' son *referencialmente opacos*.<sup>2</sup> Lo mismo puede decirse de los contextos 'sabe que...' 'dice que...', 'duda de que...', 'le sorprende que...', etc. Sería sin duda muy pulcro colocar todos los conceptos referencialmente opacos en el modo entrecorinado; pero es innecesario; lo que podemos hacer más sencillamente es reconocer el entrecorinado como un contexto referencialmente opaco entre otros.

Se mostrará ahora que la opacidad referencial afecta también a los contextos llamados *modales*: 'Necesariamente...' y 'Posiblemente...', por lo menos cuando se les da el sentido de necesidad *estricta* y de posibilidad estricta como en la lógica modal de Lewis.<sup>3</sup> Según el sentido estricto de 'necesariamente' y de 'posiblemente', los siguientes enunciados deben considerarse verdaderos:

- (15) 9 es necesariamente mayor que 7,
- (16) Si hay vida en el lucero de la tarde, entonces la hay necesariamente en el lucero de la tarde,
- (17) El número de los planetas es posiblemente menor que 7, mientras que los siguientes deben considerarse falsos:
- (18) El número de los planetas es necesariamente mayor que 7,
- (19) Si hay vida en el lucero de la tarde, entonces la hay necesariamente en el lucero del alba,
- (20) 9 es posiblemente menor que 7.

La idea general de modalidades estrictas se basa en la muy putativa idea de *analiticidad* del modo siguiente: un enunciado de la forma 'Necesariamente...' es verdadero si y sólo

2. Este término es "grosso modo" lo contrario de "transparente" tal como lo usa RUSSELL en su Apéndice C a los *Principia*, 2.<sup>a</sup> edición, vol. 7.

3. LEWIS, [1], cap. 5; LEWIS y LANGFORD, pp. 78-89, 120-166.

si el enunciado componente regido por 'necesariamente' es analítico; y un enunciado de la forma 'posiblemente...' es falso si y sólo si la negación del enunciado componente regido por 'posiblemente' es analítico. Así, (15)-(17) pueden parafrasearse del modo siguiente:

- (21) '9 > 7 es analítico.  
 (22) 'Si hay vida en el lucero de la tarde, entonces la hay en el lucero de la tarde' es analítico,  
 (23) 'El número de los planetas no es menor que 7' no es analítico,

y análogamente para (18)-(20).

Puede verse ahora fácilmente que los contextos 'Necesariamente...' y 'Posiblemente...' son referencialmente opacos; pues la sustitución en base a las identidades verdaderas

- (24) El número de los planetas = 9,  
 (25) El lucero de la tarde = El lucero de la mañana,

convierte las verdades (15)-(17) en las falsedades (18)-(20).

Nótese que el hecho de que (15)-(17) sean equivalentes a (21)-(23), y el hecho de que '9', 'lucero de la tarde' y 'el número de los planetas' ocurran entrecomillados en (21)-(23) no nos justificaría sin más la conclusión de que '9', 'lucero de la tarde' y 'el número de los planetas' ocurren no-referencialmente en (15)-(17). Afirmarlo sería como aducir la equivalencia de (8) respecto de (6) y (7) como evidencia de que 'Giorgione' ocurre no-referencialmente en (8). Lo que realmente muestra que las ocurrencias de '9', 'lucero de la tarde' y 'el número de los planetas' en (15)-(17) [y en (18)-(20)] son no-referenciales es que la sustitución mediante (24)-(25) convierte las verdades (15)-(17) en falsedades [y las falsedades (18)-(20) en verdades].

Ya se dijo que algún lector podía pensar que (9) y (10) reciben expresión más fundamental en (13) y (14). Del mismo

modo, podría pensarse que (15-17) reciben expresión más fundamental en (21)-(23).<sup>4</sup> Pero también aquí es esa reflexión innecesaria. Seguramente no pensaremos que (6) y (7) sean más básicos que (8), ni tenemos por qué pensar que (21)-(23) sean más básicos que (15)-(17). Lo importante es apreciar que los contextos 'Necesariamente...' y 'Posiblemente...' son referencialmente opacos, igual que las comillas, que 'no sabe que...' o que 'cree que...'

## 2

Acabamos de explicar el fenómeno de la opacidad referencial mediante una apelación al comportamiento de términos singulares. Pero, como sabemos, los términos singulares son eliminables mediante paráfrasis (cfr. pp. 32 s., 132, 237 s.). En última instancia, los objetos a que refiere una teoría no deben concebirse como las cosas nombradas por sus términos singulares, sino como los valores de sus variables cuantificables. Así pues, si la opacidad referencial es una enfermedad de la que valga la pena preocuparse, tiene que manifestar síntomas en relación con la cuantificación igual que los muestra en conexión con términos singulares.<sup>5</sup> Prestemos ahora atención a la cuantificación.

La conexión entre denotación y cuantificación está implícita en la operación por la cual pasamos inferencialmente de 'Sócrates es mortal' a ' $(\exists x)(x \text{ es mortal})$ ', o sea 'Hay algo que es mortal'. A esta operación llamamos antes (p. 176) *generalización existencial*, con la diferencia de que esta vez partimos de un término singular, 'Sócrates', mientras que entonces partíamos de una variable libre. La idea que está en la base de esa inferencia es que lo que es verdadero del objeto denotado por un término singular dado es verdadero de

4. Cfr. CARNAP, [2], pp. 245-259.

5. En lo esencial este hecho fue establecido por CHURCH [3].

alguna cosa; está claro que la inferencia pierde su justificación si resulta que el término en cuestión no denota. Por ejemplo, partiendo de

No hay una cosa tal como Pegaso,

no inferimos

$$(\exists x)(\text{no hay tal cosa } x),$$

esto es, 'Hay algo tal que no hay algo tal', o 'Hay algo que no hay'.

La inferencia en cuestión está sin duda igualmente injustificada en cualquier caso de instancia no-referencial de cualquier sustantivo. Partiendo de (2), la generalización existencial nos llevaría a

$$(\exists x)(x \text{ fue llamado así a causa de su estatura}),$$

o sea: 'Algo fue llamado así a causa de su estatura'. El enunciado carece obviamente de significación puesto que no hay ningún antecedente adecuado para 'llamado así'. Nótese, en cambio, que la generalización existencial de la instancia puramente referencial de (5) da la conclusión consistente:

$$(\exists x)(x \text{ fue llamado 'Giorgione' a causa de su estatura}),$$

o sea, 'Algo fue llamado 'Giorgione' a causa de su estatura'.

La operación lógica llamada *instanciación universal* es aquella por la cual partiendo de 'Toda cosa es ella misma' (por ejemplo) o expresado en símbolos, ' $(x)(x = x)$ ', inferimos que Sócrates = Sócrates. La instanciación universal y la generalización existencial son dos aspectos de un principio único; pues en vez de decir que ' $(x)(x = x)$ ' implica 'Sócrates = Sócrates', podríamos decir que la negación 'Sócrates  $\neq$  Sócrates' implica ' $(\exists x)(x \neq x)$ '. El principio encarnado en esas

dos operaciones es el lazo entre las cuantificaciones y los enunciados singulares relacionados con ellas como instancias. Pero llamarle principio no es más que un acto de cortesía, pues no vale más que en el caso de que un término tenga realmente denotación y ocurra, además, referencialmente. En el fondo el principio no es más que el contenido lógico de la idea de que una determinada ocurrencia de una expresión es referencial. Por esa razón, el principio es anómalo, un añadido a la teoría lógica pura de la cuantificación. De aquí también la importancia lógica del hecho de que todos los términos singulares, aparte de las variables que se utilizan como pronombres en los cuantificadores, sean dispensables y eliminables mediante paráfrasis.<sup>6</sup>

Hemos visto hace un momento lo que le ocurría a nuestro contexto referencialmente opaco (2) cuando se le sometía a generalización existencial. Vamos a ver ahora lo que les ocurre a los demás contextos referencialmente opacos con que contamos. Aplicada a la instancia de nombre de persona en (4), la generalización existencial nos llevaría a:

(26)  $(\exists x) ('x' \text{ contiene siete letras}),$

esto es:

(27) Hay algo tal que 'algo' contiene siete letras,

o acaso

(28) 'Alguna cosa' contiene siete letras

Ahora bien, la expresión:

---

6. Cfr. *supra*, pp. 32 s., 40, e *infra*, pp. 237 s. Obsérvese que la generalización existencial, tal como fue introducida en la p. 176, pertenece a la teoría pura de la cuantificación, pues trata con variables y no con términos singulares. Lo mismo puede decirse respecto del uso correspondiente de la instanciación universal tal como se presenta en R2 del ensayo V.

'x' contiene siete letras

significa sencillamente:

La 26.<sup>a</sup> letra del alfabeto contiene siete letras.

En (26) la ocurrencia de la letra en el contexto entrecomillado es tan irrelevante para el cuantificador que la precede como podría serlo la ocurrencia de la misma letra  $x$  en el contexto 'xenofobia'. (26) consta simplemente de una falsedad precedida por un cuantificador irrelevante. Análogo es (27); su parte

'algo' contiene siete letras

es falsa, y el prefijo 'hay algo tal que' es irrelevante.

(28) también es falso, si entendemos por 'contiene siete' 'contiene exactamente siete'.

Menos trivial — y más importante, por consiguiente — es reconocer que la generalización existencial carece también de garantías en los casos de (9) y (10). Aplicada a (9) nos lleva a:

$(\exists x)$  (Felipe no sabe que  $x$  denunció a Catilina),

o sea

(29) Hay algo tal que Felipe no sabe que ese algo denunció a Catilina.

¿Qué es ese objeto que denunció a Catilina sin que Felipe sepa el hecho? ¿Tulio, o sea, Cicerón? Pero esta suposición estaría en conflicto con el hecho de que (11) es falso.

Obsérvese que (29) no debe confundirse con:

Felipe no sabe que  $(\exists x)$  ( $x$  denunció a Catilina),

el cual, aunque resulta falso, es un honesto enunciado que no nos pone ante el riesgo de inferirlo de (9) por generalización existencial.

Pero la dificultad vista en la inferencia aparente de (29) a partir de (9) vuelve a presentarse cuando intentamos aplicar la generalización existencial a enunciados modales. Las aparentes inferencias

(30)  $(\exists x)(x \text{ es necesariamente mayor que } 7)$ ,

(31)  $(\exists x)(\text{necesariamente si hay vida en el lucero de la tarde hay vida en } x)$

a partir de (15) y (16) suscitan los mismos problemas que (29). ¿Cuál es ese número que según (30) es necesariamente mayor que 7? Según (15), del que aparentemente está inferido (30), era el número 9, esto es, el número de los planetas; pero suponer que el número de los planetas es necesariamente mayor que 7 nos pondría en conflicto con el hecho de que (18) es falso. En una palabra, el ser necesariamente mayor que 7 no es una propiedad de un número, sino que depende del modo como nos referimos a ese número. Análogamente, ¿cuál es la cosa  $x$  cuya existencia afirma (31)? Según (16), del que aparentemente se infiere (31), es el lucero de la tarde, o sea, el lucero del alba; pero suponer esto nos pondría en conflicto con el hecho de que (19) es falso. Así pues, el ser necesariamente o posiblemente de tal o cual manera no es en general una propiedad del objeto correspondiente, sino que depende del modo de referirse a ese objeto.

Obsérvese que (30) y (31) no deben confundirse con:

Necesariamente  $(\exists x)(x > 7)$ ,

Necesariamente  $(\exists x)$  (si hay vida en el lucero de la tarde, hay vida en  $x$ ),

los cuales no presentan un problema de interpretación comparable al que ofrecen (30) y (31). Puede acentuarse la di-

ferencia cambiando de ejemplo: en un juego que no admita compañeros o equipos, es necesario que alguno de los jugadores ganará la partida, pero no hay jugador del que pueda decirse que es necesario que la gane.

Hemos visto en la sección anterior cómo se revela la opacidad referencial en conexión con términos singulares; luego, al principio de esta sección, nos pusimos la tarea de mostrar cómo se revela la opacidad referencial en conexión con variables de cuantificación. La respuesta está ya al alcance de la mano: si aplicamos a un contexto referencialmente opaco de una variable un cuantificador, con la intención de que el cuantificador gobierne esa variable desde fuera del texto referencialmente opaco, lo que conseguimos al final es un texto, con sentido o sin sentido, pero, en todo caso, no el buscado por nuestra intención, del tipo (26)-(31). En una palabra: no podemos propiamente *cuantificar elementos internos* de un contexto referencialmente opaco.

El contexto entrecomillado y los contextos '...fue así llamado', 'no sabe que...', 'cree que...', 'Necesariamente...', 'Posiblemente...' resultaron opacos referencialmente en la anterior sección porque con ellos no se da la sustituibilidad de la identidad aplicada a términos singulares. En esta sección hemos hallado que esos contextos son referencialmente opacos mediante un criterio que no se basa ya en términos singulares, sino en el descarrío de la cuantificación. El lector puede empero pensar que con este nuevo criterio no abandonamos tampoco en definitiva los términos singulares, puesto que la prueba de que ciertas cuantificaciones eran incorrectas — (29)-(31) — consistió siempre en un juego con los términos singulares 'Tulio' y 'Cicerón', '9' y 'el número de los planetas', 'lucero de la tarde' y 'lucero del alba'. Pero en realidad esta vuelta meramente expositiva a nuestros antiguos términos singulares puede evitarse, como se ilustrará ahora volviendo a argüir la asignificatividad de (30) por otra vía. Toda cosa mayor que 7 es un número, y cualquier número dado,  $x$ , mayor que 7 puede determinarse unívocamen-

te mediante una o varias condiciones, algunas de las cuales tienen como *necesaria* consecuencia ' $x > 7$ ', mientras que otras no la tienen. Uno y el mismo número  $x$  queda unívocamente determinado por la condición

$$(32) \quad x = \sqrt{x} + \sqrt{x} + \sqrt{x} \neq \sqrt{x}$$

y por la condición

(33) Hay exactamente  $x$  planetas,

pero (32) tiene ' $x > 7$ ' como condición necesaria, mientras que (33) no. Ser *necesariamente* mayor que 7 no tiene sentido aplicado a un número  $x$ . La necesidad es sólo aplicable a la conexión entre ' $x > 7$ ' y el método concreto de especificar a  $x$  que es (32), por oposición al método (33).

Análogamente (31), carecía de significación porque el tipo de cosa  $x$  que satisface la condición

(34) Si hay vida en el lucero de la tarde entonces hay vida en  $x$ ,

que es un objeto físico, puede ser unívocamente determinado por cualquiera de varias condiciones, no todas las cuales tienen como consecuencia necesaria (34). Cumplimiento *necesario* de (34) es cosa que no tiene sentido aplicada a un objeto físico  $x$ ; la necesidad se aplica, a lo sumo, sólo a la conexión entre (34) y uno u otro método concreto de especificar  $x$ .

Es difícil exagerar la importancia que tiene el reconocer la opacidad referencial. Hemos visto en el § 1 que la opacidad referencial impide la sustituibilidad de identidad. Vemos ahora que impide también la cuantificación: los cuantificadores que se encuentran fuera de una construcción referencialmente opaca son irrelevantes para el interior de esa

construcción. Esto es también obvio en el caso del entrecuillado como muestra el siguiente y grotesco ejemplo:

( $\exists x$ ) ('*xenofobia*' contiene a '*x*')

## 3

Hemos visto por (30)-(31) cómo puede dar lugar a un simple sinsentido la aplicación de un cuantificador a un enunciado modal. Pero sinsentido es simplemente lo que no tiene sentido, y esto puede siempre suplirse mediante la atribución arbitraria. Pero lo que interesa observar es que, admitida la comprensión de las modalidades (admitiendo previamente en gracia al tema la subyacente noción de analiticidad, sin tener en cuenta la actitud crítica ante ella), y admitida también la comprensión de la cuantificación ordinariamente así llamada, no nos resulta automáticamente ninguna significación para enunciados modales cuantificados como (30)-(31). Cualquiera que quiera conseguir leyes para una lógica modal cuantificada debe tener en cuenta este hecho.

La raíz de la dificultad era la opacidad referencial de los contextos modales. Pero la opacidad referencial depende en parte de la ontología aceptada, esto es, de cuáles son los objetos admitidos como posibles *relata*. Esto puede comprobarse fácilmente volviendo por un momento al punto de vista del § I, en el que se explicó la opacidad referencial en términos de inintercambiabilidad de nombres que denotan el mismo objeto. Supongamos que decidiéramos repudiar todos los objetos que, como el número 9 y el planeta Venus, lucero de la tarde, son denotables por nombres que carecen de intercambiabilidad en contextos modales. Al hacer esto barreríamos de golpe todos los ejemplos que indican la opacidad de los contextos modales.

Pero ¿qué objetos nos quedarían en ese purificado universo? Para sobrevivir en él, un objeto *x* tendría que cumplir la siguiente condición: si *E* es un enunciado que contie-

ne una instancia referencial de un nombre de  $x$ , y  $E'$  se forma a partir de  $E$  mediante la sustitución de aquel nombre de  $x$  por otro diferente,  $E$  y  $E'$  tienen que coincidir no sólo en valor veritativo en su formulación simple, sino también en sus valores veritativos cuando se les prefixa 'necesariamente' o 'posiblemente'. O, lo que es lo mismo: la sustitución de un nombre de  $x$  por otro en un enunciado analítico tiene que dar como resultado un enunciado analítico. También lo mismo: todo par de nombres de  $x$  tiene que constar de sinónimos.<sup>7</sup>

De este modo el planeta Venus queda excluido por el hecho de que tiene nombres heterónimos: 'Venus', 'lucero de la tarde', 'lucero del alba'. Para que los contextos modales no sean referencialmente opacos, tendríamos que reconocer, en correspondencia con aquellos tres nombres, tres objetos en vez de uno — acaso el concepto de Venus, el concepto de Lucero de la tarde y el concepto de Lucero del alba.

Del mismo modo queda excluido 9 en tanto que entero único situado entre 8 y 10, pues también tiene nombres heterónimos: '9' y 'el número de los planetas'. Para que los contextos modales no sean referencialmente opacos, tendríamos que reconocer, en correspondencia con esos dos nombres, dos objetos en vez de uno: tal vez el concepto de 9 y el concepto del número de los planetas. Esos conceptos no son números, pues ninguno de ellos es idéntico ni menor ni mayor que el otro.

La exigencia de que dos nombres cualesquiera de  $x$  sean siempre sinónimos puede considerarse como una restricción puesta no a los objetos admisibles  $x$ , sino al vocabulario admisible en materia de términos singulares. Tanto peor para esta forma de formular la exigencia; se trata de una manifestación más de la superficialidad propia del trato de las

---

7. Cfr. *supra*, p. 64. Sinonimia de nombres no significa meramente denotación de la misma cosa; significa además que la afirmación de la identidad formada por los dos nombres es analítica.

cuestiones ontológicas desde la ventajosa situación de los términos singulares. La situación verdadera que ahora está en peligro de desdibujarse era más bien la siguiente: la necesidad no se aplica propiamente a la satisfacción de condiciones por *objetos* (como la masa esferoidal que es Venus o el número que enumera los planetas) sin tener en cuenta los modos concretos de especificarlos. Este punto fue aclarado del modo más conveniente mediante la consideración de términos singulares, pero el hecho no queda suprimido por la eliminación de esos términos. Volvamos a considerar ahora la cuestión desde el punto de vista de la cuantificación en vez del de los términos singulares.

Desde el punto de vista de la cuantificación, la opacidad referencial de los contextos modales quedó reflejada por la asignificatividad de cuantificaciones tales como (30)-(31). El meollo de la dificultad presentada por (30) consiste en que un número  $x$  puede ser unívocamente determinado por cualquiera de dos condiciones, por ejemplo (32) y (33), que no son necesariamente — esto es, analíticamente — equivalentes entre sí. Supongamos empero que nos decidimos a repudiar todos los objetos de esa naturaleza y a no conservar más que objetos  $x$  tales que *cualesquiera dos condiciones que determinen unívocamente a  $x$  sean analíticamente equivalentes*. Quedan entonces eliminados todos los ejemplos del tipo (30)-(31) que ilustran la opacidad referencial de los contextos modales. Hecho esto, tendría sentido ya decir, en general, que hay un objeto tal que, independientemente de cualquier determinación concreta de que sea objeto, es necesariamente tal o cual cosa. O sea, dicho brevemente, resultaría legítimo cuantificar elementos internos a contextos modales.

La estipulación que acabamos de dar en cursiva puede formularse formalmente del modo siguiente, en un esquema que no apela a la ayuda de términos singulares:

$$(35) \quad \{ (y) [Fy \equiv (y = x)] \cdot (y) [Gy = (y = x)] \} \supset \\ \text{[necesariamente } (y) (Fy = Gy)]$$

'(y) [Fy  $\equiv$  (y = x)]' nos dice que la condición 'Fy' determina unívocamente a y como x; análogamente para '(y) [Gy = (y = x)]'. En realidad, puede simplificarse (35) del modo siguiente:

$$(36) \quad (y) [Fy \equiv (y = x)] \supset \{ \text{necesariamente } (y) [Fy = (y = x)] \},$$

pues (36) es fácilmente deducible de (35) tomando por 'Gy' 'y = x', y (35) es fácilmente deducible de (36) mediante el evidente lema:

$$\{ \text{necesariamente } (y) [Fy = (y = x)] \cdot \text{necesariamente } (y) [Gy = (y = x)] \} \supset [\text{necesariamente } (y) (Fy = Gy)].$$

Lo que (36) afirma es que si una condición determina unívocamente a x, lo hace necesariamente, no contingentemente. A partir de (36) podemos conseguir una ley aun más sencilla y tajante, libre incluso de la letra esquemática 'F'. Tómese por 'Fy' en (36) 'y = z' y considérese que '(y) [(y = z)  $\equiv$  (y = x)]' equivale a 'z = x'; la consecuencia es:

$$(z = x) \supset [\text{necesariamente } (z = x)],$$

o bien, plenamente cuantificado:

$$(37) \quad (z)(x) \{ (z = x) \supset [\text{necesariamente } (z = x)] \}.$$

O sea: el universo debe constar de cosas que no son nunca contingentemente idénticas, sino que, de ser idénticas, lo son necesariamente.

Apuntábamos a (35) o (36), con su consecuencia (37), como a una condición suficiente de la inteligibilidad de la cuantificación en contextos modales. Pero el mismo (37) e implícitamente (36), utilizan la cuantificación de elementos internos a contextos modales. Por tanto al realizar nuestras construcciones iniciales con vistas a purificar el universo de

tal modo que los contextos modales carezcan de riesgos para la cuantificación, hay que tener en cuenta (35) o la anterior formulación en cursiva. No obstante, podemos esperar que (36) y (37) valgan en una lógica modal cuantificada una vez aclarado así el camino.

Pero observemos ahora el fabuloso precio de esta purificación del universo. Han quedado desterrados los objetos concretos en beneficio de los que Frege [3] llamó sentidos de los nombres y Carnap [3] y Church llaman conceptos individuales. También los números quedan excluidos en favor de cierto tipo de conceptos que están relacionados con los números en una relación de varios a uno. Desaparecen las clases en favor de conceptos de clases, o atributos, quedando establecido que dos enunciados abiertos que determinen la misma clase determinan a pesar de ello dos atributos distintos, a menos que sean analíticamente equivalentes. Así se ha conseguido la posibilidad de cuantificar sin restricciones elementos internos de enunciados modales al precio de adoptar una ontología de tipo exclusivamente intensional o idealístico. Y el defecto más espectacular de esa ontología no es precisamente que el principio de individuación de sus entidades descansa siempre en la putativa noción de sinonimia o de analiticidad.

En 1941 y 1943 llamé por vez primera la atención acerca de la dificultad de cuantificar elementos internos de contextos modales. No indiqué entonces que la dificultad podía evitarse limitando el universo a los objetos intensionales; esta observación vino entonces de Church [4]. Carnap [3] hizo frente a la dificultad limitando el campo de las variables cuantificacionales de su lógica modal a los conceptos individuales, los atributos y otras entidades intensionales del mismo tipo. Pero no describió su procedimiento precisamente así; complicó en vez de eso la situación proponiendo una curiosa interpretación doble de las variables. He indicado<sup>8</sup> que

8. En una crítica que CARNAP recogió generosamente en su [3], pp. 196 s.

este complicado procedimiento no tiene esencial importancia y que es mejor abandonarlo.

La lógica modal de Fitch [1] no se limita explícitamente en su ontología a entidades intensionales, pero es posible que un análisis cuidadoso y realizado bajo una interpretación más clara descubra que efectivamente obedece a esa restricción. Tal sería sin duda ninguna la construcción natural puesta al sistema si (37) se obtuviera en él como teorema. Fitch llega muy cerca de eso al probar

$$(38) \quad (a = b) \supset [\text{necesariamente } (a = b)]$$

(que es su teorema 23.6); pero la equiparación de (38) con (37) depende de que 'a' y 'b' se conciban como variables ligables, y no meramente como letras esquemáticas sustituibles por nombres efectivamente presentes en el sistema. En este último caso (38), significaría una restricción puesta al vocabulario de términos singulares, no al campo de valores de las variables; y tal es efectivamente la intención apuntada en Fitch [1], pp. 112 s. En todo caso, si a pesar de eso su sistema debiera efectivamente construirse como contrapartida de (37), a él se aplicaría también nuestra anterior desconfianza acerca de la significatividad de la cuantificación de elementos internos a contextos modales.

Como se ha observado antes, un sinsentido puede siempre evitarse mediante la atribución arbitraria de sentido. Pero si se invoca este remedio precisamente para restablecer un uso dudoso de la cuantificación, quedará abierto el problema de si el resultado va a tener alguna relevancia para nuestros presentes intereses, más allá de una accidental analogía de notación. Esos presentes intereses se refieren en parte a cuestiones de compromiso ontológico, valores de las variables cuantificacionales comúnmente llamadas así, y en parte también a la cuestión de la admisibilidad de la cuantificación común en contextos modales.

Hemos observado que el costoso expediente de limitar

la propia ontología a las entidades intensionales es una condición suficiente de la admisibilidad de la cuantificación de elementos internos a contextos modales. Pero no puede decirse redondamente que sea una condición necesaria. Podemos conservar nuestras modalidades cuantificadas y nuestros objetos no intensionales siempre que los mantengamos separados, permitiendo así la cuantificación de contextos modales sólo en el caso de que la variable interna a esos contextos y cuantificada esté restringida a objetos intensionales. Esta última es la restricción ontológica necesaria respecto de la cuantificación en contextos modales: no cuantificar desde fuera el interior de un contexto modal a menos de que la variable cuantificada no admita más que valores intensionales. Mientras una lógica modal sea de la forma gramaticalmente sencilla que ha sido generalmente imaginada hasta ahora — una forma en la cual uno puede aplicar un operador modal a cualquier enunciado abierto y luego cuantificar con pleno sentido el resultado respecto de cualquier variable libre — la restricción ontológica a los objetos intensionales debe imponerse en su forma absoluta. Las lógicas modales cuantificadas de Carnap, Fitch y Miss Barcan son, concretamente, de esa forma gramaticalmente sencilla. Church ha tomado en cambio el otro camino, que consiste en limitar discriminadamente el campo de las diversas variables usadas para cuantificar contextos modales. En realidad, su restricción es más rigurosa: las variables que admiten valores no intensionales no pueden presentarse en ningún caso, ni libres ni ligadas, en ninguna fórmula regida por un operador modal.

Smullyan ha adoptado por su parte la solución de oponerse al razonamiento que nos ha llevado a nuestras actuales conclusiones acerca de las limitaciones ontológicas de la lógica modal cuantificada. Su argumento se basa en la suposición de una división fundamental de los nombres en nombres propiamente dichos y descripciones (encubiertas o descubiertas), de tal modo que los nombres propiamente dichos

que denotan el mismo objeto — nombres propios — son siempre sinónimos. (Cfr. (38) *supra*.) Coherentemente con ese supuesto, observa que todo ejemplo que, como (15)-(20) y (24)-(25), muestra ausencia de sustituibilidad de identidad en contextos modales aprovecha siempre alguna descripción, en vez de basarse exclusivamente en nombres propios. Luego intenta poner el asunto en orden proponiendo en conexión con los contextos modales una alteración de la lógica de las descripciones de Russell en su forma habitual.<sup>9</sup> Pero, como hemos subrayado en la sección precedente, hay que seguir tolerando la opacidad referencial incluso una vez eliminadas las descripciones y otros términos singulares.

## 4

Hasta este momento nuestro resultado principal ha sido la tesis de que permitir un uso sin restricciones de los cuantificadores sobre enunciados modales equivale a eliminar los objetos extensionales, como individuos y clases, del campo de valores de las variables. Ahora hay que observar que las mismas dificultades así introducidas por las modalidades lógicas se introducen también por la admisión de atributos (como contrapuestos a las clases). La expresión 'el atributo de ser de tal o cual modo' es referencialmente opaca, como se verá, por ejemplo, por el hecho de que el enunciado verdadero

---

9. En su formulación original, la teoría russelliana de las descripciones incluía distinciones del llamado "alcance". El cambio en el alcance de una descripción era indiferente respecto del valor veritativo de cualquier enunciado, a menos que la descripción no denotara. Esta indiferencia era importante para que la teoría de RUSSELL cumpliera su intención como análisis o sustitutivo del uso lingüístico común de la descripción de singulares. SMULLYAN admite, en cambio, que la diferencia de alcance afecta al valor veritativo incluso en casos en que la descripción denota efectivamente.

- (39) El atributo de ser mayor que 9 = el atributo de ser mayor que 9  
pasa a ser la falsedad

El atributo de ser mayor que el número de planetas = el atributo de ser mayor que 9,

mediante sustitución según la identidad verdadera (25). Además, la generalización existencial de (39) llevaría a

- (40)  $(\exists x)$  (el atributo de ser mayor que  $x$  = el atributo de ser mayor que 9),

enunciado que se resiste a una interpretación coherente, exactamente igual que las generalizaciones existenciales (29)-(31) de (9), (15) y (16). La cuantificación de un enunciado que contiene la variable a cuantificar dentro de un contexto de la forma 'el atributo de...' se encuentra exactamente en el mismo caso que la cuantificación de un enunciado modal; y la cuantificación de cualquiera de los dos tipos, si se admite sin restricción, impide que haya algo más que intensiones en el universo que constituye el campo de las variables de cuantificación.

Como queda indicado, los atributos deben individuarse por el siguiente principio: dos enunciados abiertos que determinan la misma clase no determinan el mismo atributo a menos que sean analíticamente equivalentes. Otro tipo muy conocido de entidad intensional es la *proposición*. Las proposiciones se conciben en relación con los enunciados como los atributos en relación con enunciados abiertos: dos enunciados cerrados o completos determinan la misma proposición en el caso — y sólo en el caso — de que sean analíticamente equivalentes. Las mismas dificultades antes expuestas a propósito de los atributos se presentan también, obviamente, en el caso de las proposiciones. La verdad

- (41) La proposición que  $9 > 7$  = la proposición que  $9 > 7$   
se convierte en la falsedad

La proposición que el número de planetas es  $> 7 =$  la proposición que  $9 > 7$ ,

obtenida por sustitución según (24). La generalización existencial de (41) da un resultado comparable a (29)-(31) y (40).

Ontologías intensionales y ontologías extensionales son como el aceite y el agua. La admisión de atributos y de proposiciones, junto con el libre uso de la cuantificación y de otros elementos idiomáticos básicos, elimina a los individuos y a las clases. Ambos tipos de entidades pueden volver a instalarse en la misma lógica exclusivamente mediante restricciones como la de Church, que sirven para evitar la mezcla de aquellos objetos con los intensionales; lo cual equivale más o menos a establecer dos lógicas separadas con un universo para cada una.

La mayoría de los lógicos, cultivadores de la semántica y filósofos analíticos que discuten libremente de atributos, proposiciones o modalidades lógicas no se dan cuenta de que con ello limitan sus ontologías, los campos admisibles de sus variables cuantificacionales, de un modo que difícilmente admitirían conscientemente. Es digno de nota que en *Principia Mathematica*, obra en la cual los atributos se admitían explícitamente como entidades, todos los contextos que se presentan de hecho en el curso del trabajo formal pueden quedar satisfechos tanto por clases cuanto por atributos. Todos los contextos efectivamente escritos en la obra son *extensionales* en el sentido de la página 62 del presente libro. Los autores de *Principia Mathematica* profesaban así en la práctica un principio de extensionalidad que no exponían en su teoría. Si su práctica no hubiera sido ésa, habríamos notado antes la necesidad de ese principio.

Hemos visto cómo los enunciados modales, los términos de atributos y los términos proposicionales provocan un conflicto con la parte extensional del universo. Hay que tener presente que esas expresiones suscitan el indicado conflicto sólo cuando se cuantifican de modo que quede afectado el

interior de ellas, esto es, cuando se las somete a un cuantificador cuya variable cuantificada está contenida en ellas mismas. La dificultad no se presentará mientras los enunciados modales, los términos de atributos y los proposicionales se mantengan sin instancias libres de variables cuantificables que admitan valores extensionales. Conocemos ya el hecho (ilustrado por (26), *supra*) de que un entrecomillado no puede contener una variable que sea realmente libre y sea afectable por un cuantificador externo. Si mantenemos la misma actitud respecto de las modalidades, los términos de atributos y los proposicionales, podremos usarlos libremente sin desconfianza en el respecto aquí manifestado.

Lo que en estas páginas se ha dicho de la modalidad se refiere sólo a la modalidad estricta. Para otros tipos de modalidad, como la necesidad y la posibilidad físicas, por ejemplo, el primer problema consistiría en formular esas nociones clara y exactamente. Luego podríamos estudiar si, al igual que ocurre con las estrictas, tampoco esas modalidades pueden cuantificarse sin precipitarse en una crisis ontológica. La cuestión afecta directísimamente al uso práctico del lenguaje. Afecta, por ejemplo, al uso del condicional contrafactual dentro del alcance de una cuantificación; pues es razonable suponer que el condicional contrafactual se reduce a la forma 'Necesariamente, si  $p$ , entonces  $q$ ', en algún sentido de 'necesariamente'. Del condicional contrafactual depende a su vez, por ejemplo, la siguiente definición de la solubilidad en agua: Decir que un objeto es soluble en agua es decir que se disolvería si estuviera en agua. En las discusiones de la física necesitamos naturalmente cuantificaciones que contengan la cláusula ' $x$  es soluble en agua', o el equivalente en palabras; pero, según la definición sugerida, tendríamos que admitir como cuantificable la expresión 'si  $x$  estuviera en agua, entonces  $x$  se disolvería', esto es, 'necesariamente, si  $x$  está en agua,  $x$  se disuelve'. Pero el hecho es que no sabemos si existe un sentido adecuado de 'necesariamente'.

riamente' en cuyo alcance pueda cuantificarse de ese modo.<sup>10</sup>

Un problema parecido se presenta a propósito de la distinción aristotélica entre lo que es esencial y lo que es accidental a un individuo dado; el caso puede incluir una modalidad, lógica o de otro tipo, con la que sea imposible cuantificar respecto de objetos extensionales. Para estudiar esta cuestión y las implicaciones de su solución, tendríamos que ser muy explícitos en cuanto a los detalles de la teoría y al análisis, en términos cuantificacionales, de todo aquello que haya de basarse en la teoría.

Todo procedimiento consistente en incluir enunciados en enunciados, ya sea basándose en alguna noción de "necesidad" o, por ejemplo, en una noción de "probabilidad", como hace Reichenbach, tiene que ser atentamente examinado respecto de su accesibilidad a la cuantificación. Acaso los únicos modos útiles de composición de enunciados que sean susceptibles de cuantificación sin restricciones sean las funciones veritativas. Afortunadamente, la matemática no necesita en ningún caso ningún otro modo de composición de enunciados; y la matemática — cosa digna de notarse — es la rama de la ciencia cuyas necesidades se entienden más claramente.

Volvamos ahora a nuestro inicial criterio de opacidad referencial, a saber, la insustituibilidad de identidad, con objeto de hacer una última observación muy general y un tanto arrasadora: supongamos que estamos tratando una teoría en la cual (a) las formas *lógicamente* equivalentes son intercambiables en todos los contextos *salva veritate*, y (b) se cuenta con la lógica de clases.<sup>11</sup> Puede mostrarse para una tal teoría que *todo* modo de composición de enunciados distinto de las funciones veritativas es referencialmente opaco. En efecto: sean  $\varphi$  y  $\psi$  dos enunciados cualesquiera del mis-

---

10. Para una teoría de los términos de disposición, como "soluble", véase CARNAP [5].

11. Cfr. *supra*, pp. 66-69, 134.

mo valor veritativo, y sea  $\Phi(\varphi)$  cualquier enunciado verdadero que contiene a  $\varphi$  como parte. Hay que mostrar que  $\Phi(\psi)$  será también verdadero a menos que el contexto representado por ' $\Phi$ ' sea referencialmente opaco. Ahora bien: la clase denotada por  $\hat{\alpha}\varphi$  es  $V$  o  $\wedge$  según que  $\varphi$  sea verdadero o falso; pues se recordará que  $\varphi$  es un enunciado en el que  $\alpha$  no se presenta libre. (Si la notación  $\hat{\alpha}\varphi$  sin recurrencia de  $\alpha$  resulta molesta, léasela como  $\hat{\alpha}(\alpha = \alpha \cdot \varphi)$ .) Además,  $\varphi$  es lógicamente equivalente a  $\hat{\alpha}\varphi = V$ . Por tanto, según (a), puesto que  $\Phi(\varphi)$  es verdadero, también lo es  $\Phi(\hat{\alpha}\varphi = V)$ . Pero  $\hat{\alpha}\varphi$  y  $\hat{\alpha}\psi$  denotan una y la misma clase, puesto que  $\varphi$  y  $\psi$  tienen el mismo valor veritativo. Por tanto, puesto que  $\Phi(\hat{\alpha}\varphi = V)$  es verdadero, también lo será  $\Phi(\hat{\alpha}\psi = V)$ , a menos que el contexto representado por ' $\Phi$ ' sea referencialmente opaco. Pero si  $\Phi(\hat{\alpha}\psi = V)$  es verdadero, también lo será  $\Phi(\psi)$ , en virtud de (a).

## IX

### SIGNIFICACIÓN E INFERENCIA EXISTENCIAL

Los temas tratados en las páginas anteriores comprenden la verdad lógica, los términos singulares y la distinción entre significación y referencia. En estas páginas, que se proponen ilustrar esa temática, veremos cómo pueden atribuirse a las dificultades que presentan esos tres temas ciertas perplejidades curiosamente relacionadas entre sí que han surgido en la literatura.

#### 1

Se ha sostenido frecuentemente<sup>1</sup> que aunque los esquemas

$$(1) (\exists x)(Fx \vee \sim Fx), \quad (2) (x)Fx \supset (\exists x)Fx$$

pueden demostrarse en la teoría de la cuantificación, los enunciados de las formas representadas por esos esquemas no son lógicamente verdaderos. Porque — se dice — la verdad de esos enunciados depende de que haya algo en el universo; y el que haya algo en el universo, aunque es verdad, no es lógicamente verdadero.

La primera premisa del argumento es correcta: los enunciados descritos dependen efectivamente en su verdad de

---

1. Por ejemplo: RUSSELL [1], nota al cap. 18; LANGFORD [1]; VON WRIGHT, p. 20.

que haya algo. Pero el resto del argumento se basa en un oscuro criterio de lo que es verdad lógica, pues está claro que cualquier enunciado de las formas (1) y (2) es verdadero según la definición de la verdad lógica dada antes.<sup>2</sup> Los que sostienen que esos enunciados no son lógicamente verdaderos insistirían también — sin distinguir acaso sus dos tesis — en que no son analíticos. Con esto la noción de analiticidad queda colocada en una oscuridad aun más densa que la que ya parecía envolverla en nuestra última consideración;<sup>3</sup> pues en aquella ocasión nos pareció que la clase de las verdades lógicas en el sentido de la citada definición de aquel ensayo era una clase de enunciados que podía incluirse claramente bajo el rótulo de enunciados analíticos.

La difundida desconfianza respecto de la verdad lógica o analiticidad de los enunciados de las formas (1) y (2) habría sido evidentemente superada en las opiniones que consideramos del siguiente y vago modo: analiticidad es, *grosso modo*, verdad por virtud de la significación; las significaciones de las palabras no regulan las cuestiones de existencia; por consiguiente, los enunciados en cuestión no son analíticos. La cuestión es característica de la teoría de la significación.

Pero los que se oponen a una elaboración de la teoría de la cuantificación que incluya (1) y (2) como teoremas lógicos manifiestan escasa apreciación de un importante punto técnico. De los esquemas cuantificacionales puede demostrarse que aquellos que resultan válidos para todo universo de una determinada dimensión resultan también válidos para todo universo menor, excepto para el vacío.<sup>4</sup> Esto significa que si al formular las leyes de la teoría de la cuantificación despreciamos universos de uno a diez objetos, por ejemplo, esperando que las leyes que obtengamos, aunque

---

2. Pp. 52. s.

3. Pp. 49-70.

4. Véase, por ejemplo, QUINE [2], p. 97.

no sean válidas para esos pequeños universos, puedan ser útiles para universos considerablemente mayores, nos llevaremos una desagradable sorpresa: no hay tales leyes más amplias que no valgan para universos de las dimensiones uno a diez. Pero con el universo vacío la situación es muy diferente: leyes como (1) y (2), por ejemplo, que valen para todos los universos mayores que el vacío, no valen en cambio para éste. Es pues necesario dejar aparte el caso relativamente inútil del universo vacío, para no privarnos de leyes aplicables a todos los demás casos. Y dejarlo aparte vale tanto más la pena cuanto que siempre es muy fácil llevar a cabo una prueba especial para decidir, si nos interesa saberlo, si un determinado teorema de la teoría de la cuantificación (válido para todos los universos no-vacíos) vale o no para el universo vacío; lo único que tenemos que hacer para llevar a cabo esa comprobación es poner como verdaderas todas nuestras cuantificaciones universales, y como falsas todas las existenciales, y ver si hecha esta interpretación nuestro teorema resulta verdadero o falso. La existencia de esta prueba suplementaria muestra también de paso que no hay ninguna dificultad si se quiere construir la teoría de la cuantificación de tal modo que queden excluidos teoremas como (1) y (2), que no valen para el universo vacío; pero, desde el punto de vista de la utilidad en la aplicación, sería, como hemos visto, insensato limitar de este modo las leyes de la teoría de la cuantificación.

El resultado de esta reflexión vale aún en el caso de que hagamos honor a la desconfianza antes descrita. El que sienta esa desconfianza puede limitarse a considerar los teoremas de la teoría de la cuantificación no como lógicamente válidos, sino como lógicamente implicados por esquemas como (1) y (2). La teoría de la cuantificación conserva así su forma actual y su actual utilidad, así como el estatuto de disciplina puramente lógica; lo único que se modifica es la caracterización lógica de la condición de teorema de esa teoría.

## 2

Pasamos ahora a un problema derivado. Langford ([2], [3]) ha sostenido que los enunciados singulares ' $Fa$ ' y ' $\sim Fa$ ', en los que ' $F$ ' se concibe como un concreto predicado (y no como letra esquemática) y ' $a$ ' como un nombre, no pueden ser mutuamente contradictorios, pues cada uno de ellos tiene la consecuencia lógica ' $Fa \vee \sim Fa$ ', la cual, a su vez, tiene la consecuencia lógica (1). Y puesto que (1) no es lógicamente verdadero y dos contradictorias mutuas no pueden tener más consecuencias lógicas que verdades lógicas, se sigue que ' $Fa$ ' y ' $\sim Fa$ ' no son realmente contradictorios.

Se presenta aquí la tentación de superar la argumentación diciendo que lo absurdo de la conclusión tiene realmente como resultado el condenar una noción demasiado estrecha de la verdad lógica y el confirmar nuestra versión más amplia de la misma, que incluye enunciados de la forma (1) como lógicamente verdaderos. Pero esta actitud consistiría en pasar por alto y perpetuar el defecto más importante de la argumentación de Langford, a saber, la afirmación de que ' $Fa \vee \sim Fa$ ' implica lógicamente (1). El que considere (1) como lógicamente verdadero concederá, naturalmente, que (1) está lógicamente implicado por cualquier cosa; pero Langford no puede hacerlo. Para él, el paso de ' $Fa \vee \sim Fa$ ' a (1) tiene que depender esencialmente de la generalización existencial.<sup>5</sup> Pero para una inferencia de este tipo no se conoce más base que el supuesto de que ' $a$ ' denota algo, esto es, de que  $a$  existe; por tanto, ' $Fa \vee \sim Fa$ ' no puede implicar *lógicamente* (1) — para Langford —, a menos que la existencia de  $a$  sea una verdad lógica. Pero si fuera lógicamente verdadero que  $a$  existe, sería también lógicamente verdadero que existe algo; por tanto, cualquier

---

5. Cfr. *supra*, pp. 208 s.

enunciado de la forma (1) sería en definitiva lógicamente verdadero.

Langford ha presentado también otra argumentación para probar que ' $Fa$ ' y ' $\sim Fa$ ' no son contradictorias; ese argumento, que no trabaja con (1), consiste en que cada uno de esos enunciados implica analíticamente ' $a$  existe', y ' $a$  existe' no es analítico. En esta argumentación la aserción discutible es que ambos, ' $Fa$ ' y ' $\sim Fa$ ', impliquen ' $a$  existe'.

La noción de que ' $Fa$ ' (y ' $\sim Fa$ ') implica ' $a$  existe' nace de la idea de que ' $Fa$ ' tiene como "significación" una cierta proposición<sup>6</sup> cuyas constituyentes son las significaciones de ' $F$ ' y de ' $a$ '. Entonces se razona: si ' $Fa$ ' es significativo, esa proposición tiene que existir, y por tanto también su constituyente  $a$ . Pero si ' $Fa$ ' (o ' $\sim Fa$ ') es verdadero, entonces ' $Fa$ ' es significativo, y consiguientemente  $a$  existe. El punto flaco de esta argumentación es fácil de ver incluso admitiendo el barroco aparato de proposiciones y constituyentes: lo que se ha hecho ha sido confundir la significación de ' $a$ ' con la existencia de  $a$ . La confusión es la clásica de significación y denotación.

Pero si detenemos ese defectuoso razonamiento en su mitad, poco antes de que se produzca la falacia, nos encontramos con otro que aún merece examen: un argumento que va de ' $Fa$ ' (o de ' $\sim Fa$ ') no a la existencia de  $a$ , sino a la existencia de la proposición que es la significación de ' $Fa$ '. Si existe esa proposición, existe algo, y por tanto (1) es válido; y así parece presentarse un nuevo argumento para mostrar que tanto ' $Fa$ ' como ' $\sim Fa$ ' implican analíticamente no ' $a$  existe', sino (1).

Completamente desarrollada, la cadena deductiva en cuestión es como sigue: si  $Fa$  (o  $\sim Fa$ ), entonces ' $Fa$ ' (o ' $\sim Fa$ ') es verdadera; luego ' $Fa$ ' tiene significación; luego existe la significación de ' $Fa$ '; luego existe algo; luego ( $\exists x$ ) ( $Fx \vee \sim Fx$ ). Cada miembro de la cadena debe considerarse

6. Cfr. *supra*, pp. 121 s., 222 s.

como una implicación analítica, si es que la cadena debe mostrar que tanto ' $Fa$ ' cuanto ' $\sim Fa$ ' implican (1). Pero puede ponerse en duda que la significatividad de ' $Fa$ ' implique analíticamente que la significación de ' $Fa$ ' existe; se recordará que la noción de significación como entidad, la noción de significaciones como entidades, nos pareció bastante más dudosa que la noción de significatividad.<sup>7</sup> También puede dudarse, como han observado Lewy y White [1], de que el primer eslabón de la cadena, el que conecta a ' $Fa$ ' con " $Fa$  es verdadero' (y ' $\sim Fa$ ' con " $\sim Fa$  es verdadero') deba considerarse analítico. No podemos pues afirmar con mucha seguridad los eslabones de la cadena porque ésta se arrastra por la zona más pantanosa de un terreno que es todo él muy pantanoso: la teoría de la significación.

El problema de Langford tiene otra notable ramificación en la literatura. Refiriéndose a la tesis de Langford según la cual ' $Fa$ ' y ' $\sim Fa$ ' tienen como consecuencia ' $a$  existe', Nelson escribe que con la misma razón podríamos afirmar que tienen la consecuencia ' $F$  existe', o que ' $(x)Fx$ ' y ' $\sim (x)Fx$ ' tienen la consecuencia ' $F$  existe' y hasta que ' $p$ ' y ' $\sim p$ ' tiene la consecuencia ' $p$  existe'. Y por tanto, concluye, podemos acabar afirmando que no hay contradicción alguna en la lógica.

La frase de Nelson "con la misma razón" desarma naturalmente a cualquiera que quiera lanzarse a una refutación de lo que dice. Me limitaré a observar que toda esta problemática constituye un museo abreviado de todo aquello a que nos hemos opuesto en el curso de las páginas anteriores: el tratamiento de los términos generales y de los enunciados como si fueran nombres o, lo que equivale a lo mismo, el tratamiento de las letras esquemáticas como si fueran variables.<sup>8</sup>

De hecho, Nelson no admite la conclusión de que no haya

7. Cfr. *supra*, pp. 37 s., 50, 84.

8. Cfr. *supra*, pp. 159-172.

enunciados contradictorios en lógica. Para evitarla, y para evitar también la más débil conclusión de Langford, propone una distinción entre "implica" y "presupone" — sutil distinción que no me detendré a apreciar, puesto que, según parece, ya hemos conseguido abrirnos camino sin ella a través de los problemas que la suscitan.

## 3

Seis párrafos antes de éste nos liberamos de toda constrictión general que nos hiciera admitir la inferencia de 'a existe' a partir de 'Fa' o de ' $\sim Fa$ '. El asunto, empero, nos hace interesarnos por la cuestión de cuáles son realmente los enunciados que contienen 'a' y que *deberían* considerarse tales que requieren para su verdad la existencia de a.

En su uso común, los valores veritativos parecen adscribirse a los enunciados singulares bajo la condición de la existencia del objeto nombrado en cada caso. Hay sin duda excepciones; no hay duda de que 'Pegaso existe' y ' $\sim$  Pegaso existe' están fijados en cuanto a sus valores veritativos, y precisamente como falso el primero y verdadero el segundo, teniendo en cuenta la inexistencia de Pegaso. Pero en el uso ordinario de los enunciados no parece haber procedimiento convincente para asignar valores veritativos a 'Pegaso vuela' y ' $\sim$  Pegaso vuela'; la inexistencia de Pegaso parece liquidar la cuestión sin responder a ella. El caso es análogo al de los enunciados condicionales: la comprobación de la falsedad del antecedente de un condicional en modo indicativo parece zanzar también la cuestión, desde el punto de vista del uso común, sin responder realmente al problema del valor veritativo del condicional.

Pero la lógica aspira a cierta creatividad específica que la distingue de la filología. La lógica intenta sistematizar del modo más simple posible las reglas que permiten pasar de verdades a verdades; y si el sistema lógico puede simplifi-

carse por el procedimiento de apartarse de viejos usos lingüísticos — sin que ese apartamiento perjudique a la utilidad del lenguaje como instrumento de la ciencia — el lógico no debe vacilar en apartarse. Un modo de alcanzar simplicidad consiste precisamente en abandonar argucias del uso lingüístico del tipo de las observadas en el párrafo anterior, con objeto de adjudicar a todo enunciado un valor veritativo. Así el condicional en modo indicativo del lenguaje ordinario ha dado lugar, en el lenguaje lógicamente ordenado de la ciencia, al condicional material, el cual, prestando a los objetivos científicos los mismos servicios, no adolece de las deficiencias de aquél por lo que hace a los valores veritativos. El condicional material formado por dos enunciados cualesquiera tiene un valor veritativo definido; la comprobación de la falsedad del antecedente de un condicional material no zanja la cuestión del valor veritativo del condicional por el procedimiento de ignorarla como sin sentido, sino contestando categóricamente: “verdadero”. Pues bien: las deficiencias de los enunciados singulares por lo que hace a valores veritativos exige, en interés de la simplicidad de las leyes lógicas, una revisión análoga por parte del lógico, una suplementación del uso ordinario por el procedimiento de asignar valores veritativos a aquellos enunciados que carecen de él en el lenguaje común.

El modo como debe practicarse esa suplementación es cuestión arbitraria que debe decidirse según la conveniencia. La conveniencia exige naturalmente ante todo que la atribución de valores veritativos no produzca excepciones a las leyes ya existentes que rigen la composición veritativo-funcional y la cuantificación. Por tanto, será conveniente hacer esas atribuciones arbitrarias sólo a enunciados singulares atómicos, y dejar luego que los valores veritativos de los compuestos queden determinados por las leyes lógicas existentes a partir de los valores veritativos de los enunciados componentes.

Así se reduce nuestra cuestión a la siguiente: ¿qué valor

veritativo debemos dar a un enunciado singular atómico que no tiene ningún valor veritativo determinado en el uso común? Los enunciados singulares atómicos indeterminados a los que afecta esta cuestión son la mayoría de aquellos cuyos términos singulares no denotan; las excepciones — determinadas — son '*a* existe' y cualquier otro del mismo efecto. Podemos hacer la atribución arbitrariamente; pongamos que todos deben ser falsos. Al tomar esta decisión nos guiamos por el ejemplo determinado de '*a* existe', el cual es evidentemente falso si '*a*' no denota.

En este sentido se movía la respuesta de Chadwick a Langford, aunque ahorrándose el trasfondo filosófico que he esbozado aquí. Con el procedimiento apuntado, '*Fa*' y ' $\sim Fa$ ' resultan naturalmente contradictorios. La generalización existencial, si se lleva a cabo sin información especial acerca de la existencia del objeto nombrado, resulta en general segura sólo si el enunciado singular del que parte la inferencia es atómico. Langford sigue pudiendo inferir '*a* existe' de una premisa atómica '*Fa*', pero no puede ya hacerlo a partir de ' $\sim Fa$ '.

El tratamiento que hemos decidido dar a los enunciados singulares cuyos términos singulares no denoten es sin duda artificial, pero, como hemos visto, está suficientemente justificado independientemente del problema de Langford. Tiene además su precedente en la teoría lógica de las descripciones. La definición contextual de la descripción dada más arriba,<sup>9</sup> que es una versión simplificada de la de Russell, tiene la consecuencia, fácilmente perceptible, de hacer falso el contexto atómico de una descripción cuando no existe el objeto descrito. Con esto no se quiere decir que el tratamiento propuesto de los términos singulares sea menos artificial de lo que parece, sino que la teoría de las descripciones no

---

9. P. 131. El único predicado primitivo era allí ' $\epsilon$ ', pero podemos añadir análogos de D9-D10 que corresponden a cualesquiera predicados extralógicos dados.

lo es menos. Pero en ambos casos es el artificio conveniente. La naturaleza lógica y el valor lógico del artificio en el caso de las descripciones pueden exponerse del mismo modo que lo hicimos en los párrafos anteriores para los términos singulares; en realidad, un caso incluye el otro, pues las descripciones son términos singulares.

Los dos casos coinciden en efecto si damos el paso ya antes indicado<sup>10</sup> y que consiste en reconstruir los nombres propios, de un modo trivial, como descripciones. Las ventajas teoréticas de esa operación son considerables. Mediante ella queda eliminada —al nivel teorético— la categoría entera de los términos singulares, pues sabemos cómo eliminar descripciones. Al liberarnos de la categoría de los términos singulares nos liberamos también de una importante fuente de confusión teorética, sobre ejemplos de la cual he llamado la atención en este ensayo y en las discusiones de los anteriores acerca de las cuestiones de compromiso ontológico. En particular, nos liberamos en la teoría de la inquietante forma notacional 'a existe', pues sabemos cómo traducir enunciados singulares de existencia a términos lógicos más fundamentales cuando el término singular de aquel enunciado es una descripción.<sup>11</sup> Además, las reglas de inferencia que llamamos generalización existencial e instanciación universal se reducen, en la forma anómala en que tienen que trabajar con términos singulares,<sup>12</sup> al estatuto de reglas derivables, y quedan así eliminadas de los fundamentos teoréticos de la lógica.

---

10. *Supra*, pp. 32 s.

11. Cfr. *supra*, p. 32.

12. Cfr. *supra*, p. 210.

## ORIGEN DE ESTOS ENSAYOS

“Acerca de lo que hay” apareció en la *Review of Metaphysics* en 1948; versiones anteriores habían sido presentadas como lecciones en Princeton y Yale en marzo y mayo de aquel mismo año. Tomó su título del de un symposio celebrado en la reunión conjunta de la Aristotelian Society y la Mind Association en Edimburgo, en julio de 1951, y se volvió a imprimir, junto con las críticas de los demás participantes en el symposio, en el volumen suplementario de la Aristotelian Society *Freedom, Language and Reality* (Londres, Harrison, 1951). También se imprimió en la antología de Linsky. Las modificaciones aportadas a la presente versión se limitan en su mayor parte a notas a pie de página.

“Dos dogmas del empirismo” apareció en la *Philosophical Review* de enero de 1951; antes había sido leído, con omisiones, ante la Eastern Division de la American Philosophical Association, en diciembre de 1950, en Toronto. En mayo de 1951 fue objeto de un symposio del Institute for the Unity of Science de Boston, y también de una reunión en la Universidad de Stanford, ocasión en la cual volvió a imprimirse en copias mimeográficas. La versión impresa en este volumen difiere de la original en las notas a pie de página y en algunos otros aspectos de menor alcance: los §§ 1 y 6 han sido abreviados en los puntos en que coincidían con la materia del ensayo anterior, y los §§ 3-4 han sido en cambio ampliados en algunos puntos.

“El problema de la significación en lingüística” es el texto abreviado en algunos puntos y ampliado en otros, de una

lección dada en el Linguistics Forum de Ann Arbor en agosto de 1951.

"Identidad, ostensión e hipóstasis" apareció en el *Journal of Philosophy* en 1950. En gran parte procede de la Theodore and Grace de Laguna Lecture que di con el título "Identidad" en Bryn Mawr en diciembre de 1949, y en menor parte de una lección "Sobre ontologías", dada en la Universidad de la California del Sur en julio de 1949. El ensayo se reproduce aquí casi sin modificaciones, excepto en las referencias.

"Nueva fundamentación de la lógica matemática" apareció en el *American Mathematical Monthly* de febrero de 1937; en diciembre de 1936 había sido ya leído a la Mathematical Association of America en Chapel Hill, North Carolina. El texto impreso aquí no difiere del original más que en las notas, en la corrección de algunos errores y por pequeños cambios de la notación y la terminología. Pero la materia que sigue al título "Observaciones suplementarias" es completamente ajena al texto original. La primera parte de este nuevo material es la sustancia de la primera parte de mi artículo "Lógica basada en inclusión y abstracción", *Journal of Symbolic Logic*, 1937. El resto es nuevo.

"La lógica y la reificación de los universales" se deriva principalmente de un artículo "Acerca del problema de los universales" que leí a la Association of Symbolic Logic en febrero de 1947 en Nueva York. Parte de ese texto se imprimió como parte de un artículo "Sobre los universales", *Journal of Symbolic Logic*, 1947, pero el texto que se ofrece en este volumen contiene también materia de la parte no publicada, así como de otros dos artículos — "Semántica y objetos abstractos" (*Proceedings of the American Academy of Arts and Sciences*, 1951) que fue leído en Boston en la reunión del Institute for the Unity of Science de abril de 1950, y "Designación y existencia" (*Journal of Philosophy*, 1939; reimpresso en Feigl and Sellars), el cual era el texto abreviado de un artículo leído en el Congress for the Unity

of Science de septiembre de 1939 en Cambridge, Massachusetts.

“Notas acerca de la teoría de la referencia” es parcialmente nuevo, y en parte procede del artículo antes mencionado, “Semántica y objetos abstractos”, y de “Ontología e ideología”, *Philosophical Studies*, 1951.

“Referencia y modalidad” es el resultado de una fusión de “Notas acerca de existencia y necesidad”, *Journal of Philosophy*, 1943, con “El problema de la interpretación de la lógica modal”, *Journal of Symbolic Logic*, 1947. El texto ofrecido en este volumen tiene varias omisiones, revisiones y añadidos. El artículo antes citado en primer lugar está reimpresso en Linsky. Ese artículo es esencialmente una traducción de partes de mi libro *O sentido da nova logica*° (Sao Paulo, Brazil, Livraria Martins, 1944), que recoge un curso dado en Sao Paulo en 1942.

“Significación e inferencia existencial” es un texto nuevo, pero su materia deriva en gran parte de mi reseña de E. J. Nelson en el *Journal of Symbolic Logic*, 1947.

UNIVERSIDAD NACIONAL  
FACULTAD DE CIENCIAS  
DEPARTAMENTO DE FILOSOFÍA  
PROGRAMA DE INVESTIGACIONES

---

° Hay traducción castellana, *El sentido de la nueva lógica*, Buenos Aires, 1958. [N. del T.]

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ACKERMANN y HILBERT: V. Hilbert.
- BARCAN, R. C.: A functional calculus based on strict implication, *Journal of Symbolic Logic*, 11 (1946), 1-16.
- BERNAYS, Paul [1]: Sur le platonisme dans les mathématiques, *L'Enseignement mathématique* 34, 1935-1936, 52-69.
- [2]: A System of axiomatic set theory, *Journal of Symbolic Logic* 2 (1937), 65-77; 6, 1941, 1-17; 7, 1942, 65-89; 133-145; 8 (1943), 89-106; 13 (1948), 65-79.
- y HILBERT: V. Hilbert.
- BLACK, Max: *The Nature of Mathematics*, Londres, Kegan Paul, 1933; Nueva York, Harcourt Brace, 1934.
- BLOCH, Bernard, y G. L. TRAGER: *Outline of Linguistic Analysis*, Baltimore, Linguistic Society of America, 1942.
- BLOOMFIELD, Leonard: *Language*, Nueva York, Holt, 1933.
- BROUWER, L. E. J.: Consciousness, philosophy, and mathematics, *Proceedings of the 10th International Congress of Philosophy*, Amsterdam, 1949, pp. 1235-1249.
- BÜHLER, Karl: Phonetik und Phonologie, *Travaux du Cercle Linguistique de Prague* 4, 1931, 22-53 (especialmente p. 32).
- CANTOR, Georg: Ueber eine elementare Frage der Mannigfaltigkeitslehre, *Jahresberichte der deutschen Mathematiker-Vereinigungen* 1, 1890-91, 75-78. Reimpreso en *Gesammelte Abhandlungen*, Berlín, 1932.
- CARNAP, Rudolf [1]: *Der logische Aufbau der Welt*, Berlín, 1928.
- [2]: *The Logical Syntax of Language*, Nueva York, Harcourt Brace; Londres, Kegan Paul, 1937. — Este último es una traducción ampliada de *Die Logische Syntax der Sprache*, Viena, Springer, 1934.
- [3]: *Meaning and Necessity*, Chicago, University of Chicago Press, 1947.
- [4]: *Logical Foundations of Probability*, Chicago, University of Chicago Press, 1950.
- [5]: Testability and Meaning, *Philosophy of Science* 3 (1936), 419-471; 4 (1937), 1-40 (Reimpreso New Haven, Graduate Philosophy Club, Yale University, 1950.)

- [6]: Empiricism, semantics, and ontology, *Revue Internationale de Philosophie* 4, 1950, 20-40. Reimpreso en Linsky y en la segunda edición ampliada de [3] (1956, reimpresión 1958), pp. 205 ss.
- CASSIRER, Ernst: *Language and Myth*, Nueva York, Harper, 1946. Traducción de *Sprache und Mythos*, Berlín, 1925.
- CHADWICK, J. A.: On propositions belonging to logic, *Mind*, 36, 1927, 347-353.
- CHURCH, Alonzo [1]: A set of postulates for the foundation of logic, *Annals of Mathematics* 33, 1932, 346-366; 34, 1933, 839-864.
- [2]: A note on the Entscheidungsproblem, *Journal of Symbolic Logic* 1, 1936, 40 s., 101 s. (Para una presentación acaso más conveniente del argumento, V. Vilbert y Bernays, vol. II, pp. 416-421.)
- [3]: Reseña de Quine, *ibid.*, 7, 1942, 100 s.
- [4]: Reseña de Quine, *ibid.*, 8, 1943, 45 ss.
- [5]: On Carnap's analysis of statements of assertion and belief, *Analysis* 10, 1950, 97 ss.
- [6]: A formulation of the logic of sense and denotation, en *Structure, Method and Meaning: Essays in Honor of Henry M. Sheffer*, ed. por Paul Henle, H. M. Kallen y S. K. Langer, Nueva York, Liberal Arts Press, 1951, pp. 3-24.
- y W. V. QUINE: Some theorems on definability and decidability, *Journal of Symbolic Logic*, 17, 1952, 179-187.
- CURRY, H. B.: A simplification of the theory of combinators, *Synthese* 7, 1948-1949, 391-399. (Contiene otras referencias.)
- DUHEM, Pierre: *La Théorie physique: son objet et sa structure*, Paris, 1906.
- FEIGL, Herbert, y Wilfrid Sellars eds.: *Readings in Philosophical Analysis*, Nueva York, Appleton-Century-Crofts, 1949.
- FITCH, F. B. [1]: *Symbolic Logic*, Nueva York, Ronald Press, 1952.
- [2]: The consistency of the ramified Principia, *Journal of Symbolic Logic* 3, 1938, 140-149.
- [3]: The Problem of the Morning Star and the Evening Star, *Philosophy of Science*, 16, 1949, 137-141.
- FRAENKEL, A. A.: Sur la notion d'existence dans les mathématiques, *L'Enseignement mathématique* 34, 1935-1936, 18-32.
- FRANK, Philipp: *Modern Science and its Philosophy* (Cambridge: Harvard University Press, 1949).

- FREGE, Gottlob [1]: *Foundations of Arithmetic*, Nueva York, Philosophical Library, 1950. Es reimpresión de los *Grundlagen der Arithmetik*, Breslau, 1884, con traducción inglesa enfrentada.
- [2]: *Grundgesetze der Arithmetik*, 2 vols., Jena, 1893, 1903.
- [3]: On sense and nominatum, en Feigl and Sellars, pp. 85-102; es traducción de Ueber Sinn und Bedeutung, *Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik*, 100, 1892, 25-50.
- GÖDEL, Kurt [1]: Die Vollständigkeit der Axiome des logischen Funktionenkalküls, *Monatshefte für Mathematik und Physik*, 37, 1930, 349-360. (Demostración más sencilla de su resultado: Henkin.)
- [2]: Ueber formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme, *ibid.*, 38, 1931, 173-198. (Exposición introductoria y más referencias en Quine [2], pp. 245 ss.)
- GOODMAN, Nelson: *The Structure of Appearance*, Cambridge, Harvard University Press, 1951.
- y QUINE: Steps toward a constructive nominalism, *Journal of Symbolic Logic* 12, 1947, 105-122. (Para evitar que el lector interprete erróneamente puntos de este volumen en un intento de hacer compatible esos textos con el enunciado abierto directo de este artículo, debo decir que actualmente prefiero tratar esos enunciados como enunciados hipotéticos de las condiciones requeridas por la construcción de que se trate.)
- GRELLING, Kurt, y Leonard NELSON: Bemerkungen zu den Paradoxien von Russell und Burali-Forti, *Abhandlungen der Fries'schen Schule*, 2, 1907-1908, 300-334.
- HAHN, Hans: *Ueberflüssige Wesenheiten*, Viena, 1930.
- HAILPERIN, Theodore: A set of axioms for logic, *Journal of Symbolic Logic*, 9, 1944, 1-19.
- HEMPEL, C. G. [1]: Problems and changes in the empiricist criterion of meaning, *Revue Internationale de Philosophie*, 4, 1950, 41-63. Reimpreso en Linsky.
- [2]: The concept of cognitive significance: a reconsideration, *Proceedings of the American Academy of Arts and Sciences*, 80, 1951, 61-77.
- HENKIN, Leon: The completeness of the first-order functional calculus, *Journal of Symbolic Logic*, 14, 1949, 159-166.
- HEYTING, Arend: *Mathematische Grundlagenforschung, Intuitionismus, Beweistheorie*, Berlin, Springer, 1934.

- HILBERT, David, y Wilhelm ACKERMANN: *Grundzüge der theoretischen Logik*, Berlín, Springer, 1928, 1938, 1949. (Hay anunciada traducción castellana, Madrid, Tecnos.)
- y Paul BERNAYS: *Grundlagen der Mathematik*, 2 vols., Berlín, Springer, 1934, 1939; reimpresión, Ann Arbor, Edwards, 1944.
- HUME, David: *A Treatise of Human Nature*. (Especially Book, 1, Part 4, Section 2.)
- KLEENE, S. C., y Barkley ROSSER: The inconsistency of certain formal logics, *Annals of Mathematics*, 36, 1935, 630-636.
- KURATOWSKI, Casimir: Sur la notion de l'ordre dans la théorie des ensembles, *Fundamenta Mathematicae*, 2, 1921, 161-171.
- LANGFORD, C. H. [1]: On propositions belonging to logic, *Mind*, 36, 1927, 342-346.
- [2]: Singular propositions, *ibid.*, 37, 1928, 73-81.
- [3]: Propositions directly about particulars, *ibid.*, 38, 1929, 219-225.
- y LEWIS: V. LEWIS.
- LEWIS, C. I. [1]: *A Survey of Symbolic Logic*, Berkeley, 1918.
- [2]: *An Analysis of Knowledge and Valuation*, LaSalle, Ill., Open Court, 1946.
- y C. H. LANGFORD: *Symbolic Logic*, Nueva York, 1932; 2.<sup>a</sup> impresión, Nueva York, Dover, 1951.
- LEWY, Casimir: Truth and Significance, *Analysis*, 8, 1947, 24-27.
- LINSKY, Leonard, ed.: *Semantics and the Philosophy of Language*, Urbana, University of Illinois Press, 1952.
- LOWINGER, Armand: *The Methodology of Pierre Duhem*, Nueva York, Columbia University Press, 1941.
- LUKASIEWICZ, Jan: Uwagi o aksjomacie Nicod'a i o 'dedukcji uogólniającej', *Księga pamiątkowa Polskiego Towarzystwa Filozoficznego we Lwowie*, Lwów, 1931.
- MARTIN, R. M.: On 'analytic', *Philosophical Studies*, 3, 1952, 42-47.
- MEYERSON, Emile: *Identité et réalité*, París, 1908, 4.<sup>a</sup> ed., 1932.
- MOSTOWSKI, Andrei: Some impredicative definitions in the axiomatic set theory, *Fundamenta Mathematicae*, 37, 1950, 111-124.
- MYHILL, J. R.: A complete theory of natural, rational and real numbers, *Journal of Symbolic Logic*, 15, 1950, 185-196.
- NELSON, E. J.: Contradiction and the presupposition of existence, *Mind*, 55, 1946, 319-327.

- NEUMANN, J. von: Eine Axiomatisierung der Mengenlehre, *Journal für reine und angewandte Mathematik*, 154, 1925, 219-240; 155, 1926, 128.
- NICOD, Jean: A reduction in the number of primitive propositions of logic, *Proceedings of Cambridge Philosophical Society*, 19, 1917-1920, 32-41. (V. también QUINE, A note on Nicod's postulate, *Mind*, 41, 1932, 345-350.)
- PEANO, Giuseppe: Sulla definizione di funzione, *Atti della Reale Accademia dei Lincei*, rendiconti, classe di scienze, 20, 1911, 3 ss.
- PIKE, K. L.: *Phonemics; A Technique for Reducing Languages to Writing*, Ann Arbor, University of Michigan Press, 1947.
- POINCARÉ, Henri: *Sechs Vorträge über ausgewählte Gegenstände aus der reinen Mathematik und mathematischen Physik*, Leipzig y Berlín, 1910.
- QUINE, W. V. [1]: *Mathematical Logic*, Nueva York, Norton, 1940, Cambridge, Harvard University Press, 1947; ed. rev. Cambridge, Harvard University Press, 1951.
- [2]: *Methods of Logic*, Nueva York, Holt, 1950. (Traducción castellana en curso, Barcelona, Ariel.)
- [3]: On the axiom of reducibility, *Mind*, 45, 1936, 498 ss.
- [4]: On Cantor's theorem, *Journal of Symbolic Logic*, 2, 1937, 120-124.
- [5]: Logic based on inclusion and abstraction, *ibid.*, 145-152.
- [6]: On the theory of types, *ibid.*, 3, 1938, 125-139.
- [7]: On  $\omega$ -inconsistency and a so-called axiom of infinity, *ibid.*, 18, 1953.
- [8]: On an application of Tarski's theory of truth, *Proceedings of National Academy of Sciences*, 38, 1952, 430-433.
- y CHURCH: V. CHURCH; y GOODMAN: V. GOODMAN.
- REICHENBACH, Hans: *The Theory of Probability*, Berkeley y Los Angeles, University of California Press, 1949. Es traducción revisada de la *Wahrscheinlichkeitslehre*, Leyden, Sijthoff, 1935.
- ROBINSON, Julia: Definability and decision problems in arithmetic, *Journal of Symbolic Logic*, 14, 1949, 98-114.
- ROSSER, Barkley: The Burali-Forti paradox, *Journal of Symbolic Logic*, 7, 1942, 1-17.
- y KLEENE: V. KLEENE.
- RUSSELL, Bertrand [1]: *Introduction to Mathematical Philosophy*, Londres, 1919, 1920. (Hay traducción castellana, Buenos Aires, 1948.)

- [2]: On denoting, *Mind*, 14, 1905, 479-493. Reimpreso en Feigl y Sellars.
- [3]: Mathematical Logic as based on the theory of types, *American Journal of Mathematics*, 30, 1908, 222-262.
- [4]: The philosophy of logical atomism, *Monist*, 28, 1918, 495-527; 29, 1919, 32-63, 190-222, 345-380. (Reimpreso en Minneapolis, Department of Philosophy, University of Minnesota, 1949.)
- y WHITEHEAD: V. WHITEHEAD.
- SCHÖNFINKEL, Moses: Ueber die Bausteine der mathematischen Logik, *Mathematische Annalen*, 92, 1924, 305-316.
- SMULLYAN, A. F.: Modality and description, *Journal of Symbolic Logic*, 13, 1948, 31-37. V. también FITCH, 3.
- TARSKI, Alfred [1]: *A decision Method for Elementary Algebra and Geometry*, Santa Mónica, Rand Corporation, 1948; ed. rev. Berkeley y Los Angeles, University of California Press, 1951.
- [2]: Sur les *truth-functions* au sens de MM. Russell et Whitehead, *Fundamenta Mathematicae*, 5, 1924, 59-74.
- [3]: Einige methodologische Untersuchungen über die Definierbarkeit der Begriffe, *Erkenntnis*, 5, 1935-36, 80-100.
- [4]: Der Wahrheitsbegriff in den formalisierten Sprachen, *Studia Philosophica*, 1, 1936, 261-405.
- [5]: On undecidable statements in enlarged systems of logic and the concept of truth, *Journal of Symbolic Logic*, 4, 1939, 105-112.
- [6]: The semantic conception of truth and the foundations of semantics, *Philosophy and Phenomenological Research*, 4, 1944, 341-376. Reimpreso en Feigl and Sellars y en Linsky.
- THOMSON, J. F.: A note on truth, *Analysis*, 9, 1949, 67-72; 10, 1949, 23-24.
- TOOKE, J. H.: *ἕκτα πτερόεντα; or, The Diversions of Purley*, 2 vols., Londres, 1786, 1805; Boston, 1806.
- TRAGER y BLOCH: V. BLOCH.
- WANG, Hao: A formal system of logic, *Journal of Symbolic Logic*, 15, 1950, 25-32.
- WEYL, Hermann: *Das Kontinuum*, Leipzig, 1918, 1932.
- WHITE, Morton [1]: Reseña de Lewy, *Journal of Symbolic Logic*, 13, 1948, 125 s.
- [2]: The analytic and the synthetic: an untenable dualism, in Sidney Hook, ed., *John Dewey: Philosopher of Science*

- and Freedom*, Nueva York, Dial Press, 1950, pp. 316-330.  
Reimpreso en Linsky.
- WHITEHEAD, A. N., y Bertrand RUSSELL: *Principia Mathematica*, 3 vols., Cambridge, Inglaterra, 1910-1913; 2.<sup>a</sup> ed., 1925-1927.
- WHORF, B. L.: Time, space and language, en Laura Thompson, *Culture in Crisis*, Nueva York, Harper, 1950, pp. 152-172.
- WIENER, Norbert: A simplification of the logic of relations, *Proceedings of Cambridge Philosophical Society*, 17, 1912-1914, 387-390.
- WRIGHT, G. H. von: On the idea of logical truth (I), *Societas Scientiarum Fennica, Commentationes Physico-Mathematicae*, 14, 1948, n.º 4.
- ZERMELO, Ernst: Untersuchungen über die Grundlagen der Mengenlehre, *Mathematische Annalen*, 65, 1908, 261-281.